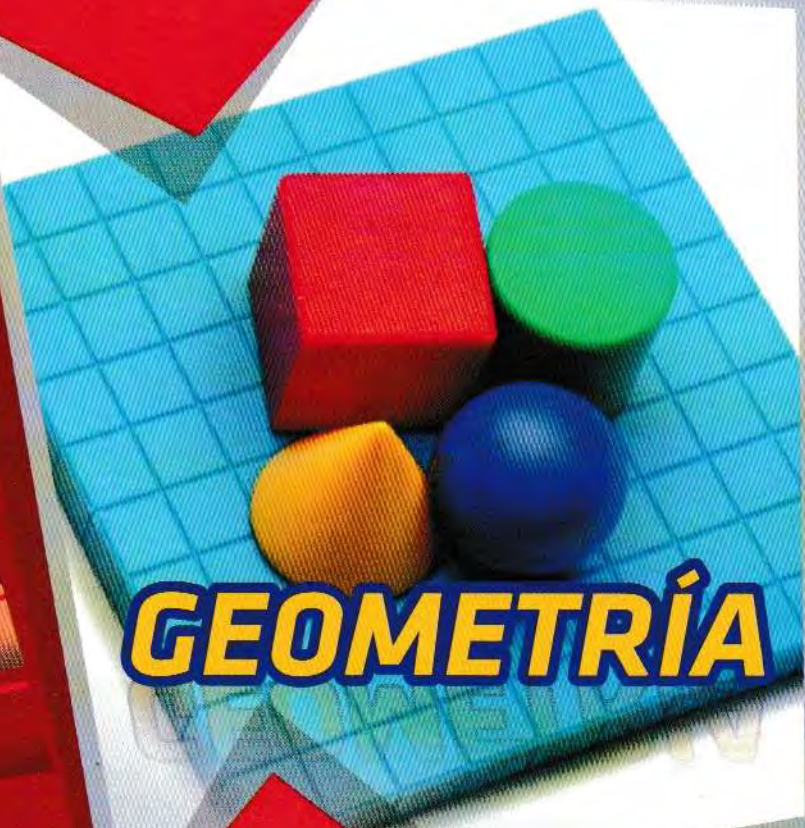


ÁREAS

A photograph of a blue grid mat with a red cube, a green cylinder, a yellow cone, and a blue sphere resting on it. The entire scene is framed by a large red envelope-like shape.

# GEOMETRÍA

**¡Full CEPRES!**  
**+ EXAMENES DE ADMISION**

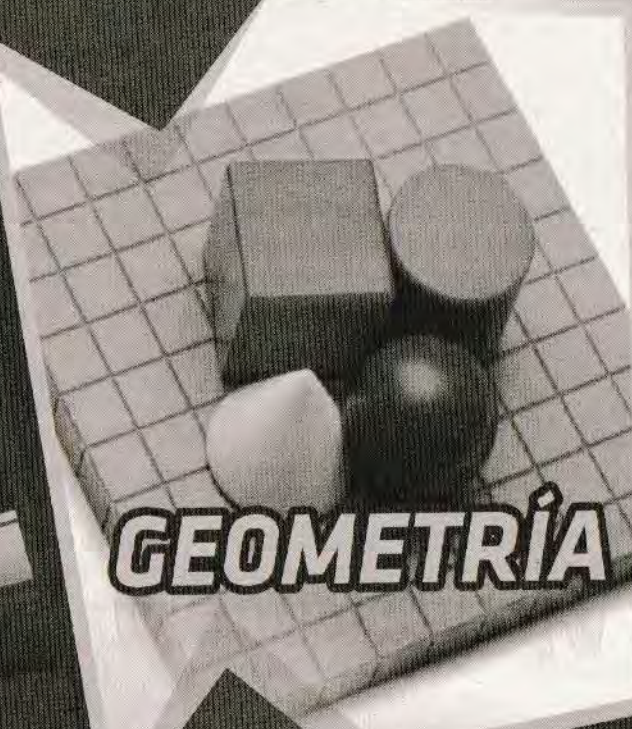
Luis Lazo Gutiérrez

FONDO EDITORIAL  
**ARODO**  
Siempre competitivo

Teoría y Práctica

7

ÁREAS

A collection of 3D geometric shapes including a cube, a cylinder, a sphere, and a cone, resting on a square grid. The entire scene is framed within a white, angular, star-like border.

**GEOMETRÍA**

**¡Full CEPRES!  
+ EXAMENES DE ADMISION**

Luis Lazo Gutiérrez

FONDO EDITORIAL  
**PRODO**  
Siempre competitivo



## PRESENTACIÓN

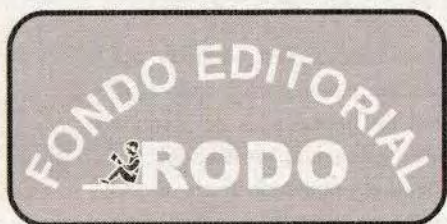
El **Fondo Editorial RODO** es un grupo educativo con formado por profesionales de experiencia que por muchos años vienen participando en el análisis y producción de textos acordes con las necesidades del sistema educativo. Conocedores de la realidad de nuestro educando que día a día nos muestra la interacción con ellos en las aulas de clase y poniendo de manifiesto nuestro compromiso como educadores hemos asumido el reto de contribuir a elevar el nivel académico de manera integral.

Continuando con la elaboración de nuestra colección con miras al ciclo académico 2014, en esta oportunidad presentamos el texto teórico - práctico denominado **TEMAS SELECTOS DE GEOMETRÍA**, desarrollado con la gran experiencia de nuestro grupo humano. Caracterizándolo así por el rigor y la exigencia académica, ya que abarca los temas y preguntas solicitadas según la currícula de los centros preuniversitarios de las universidades más importantes del país relacionados con el curso.

Esta obra es la continuación de nuestra serie de publicaciones, caracterizada por la calidad e innovación constatada en los miles de ingresos que han tenido como apoyo nuestras colecciones, esperando los comentarios y sugerencias las cuales sabremos aceptar

La presente serie de boletines consta de una sección teórica, donde se muestra toda la teoría referente al capítulo o capítulos mostrados en el boletín, luego se determina una sección de 100 problemas resueltos por los autores clasificados por nivel de exigencia de menor a mayor dificultad, explicados de manera clara y sencilla que servirá tanto para alumnos que recién empiezan su camino a la universidad, como alumnos de nivel avanzado, dándole nuevas alternativas de solución, luego se cuenta con 100 problemas propuestos con sus respectivas claves para que el alumno mida su nivel de comprensión respecto al capítulo con problemas de igual exigencia que la sección anterior, por último se muestra una sección de exámenes de admisión del curso en mención, con soluciones explicadas de la mejor manera.

**Fondo Editorial RODO**  
**De: Walter Z. Benítez Nuñez.**



**GEOMETRÍA-TEMA SELECTO 07, 2da Edición**

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, tampoco su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del copyright.

**DERECHOS RESERVADOS © Junio 2016 por  
FONDO EDITORIAL RODO**

de Walter Z. Benitez Nuñez

Av. Venezuela 979 Of. 205 - Breña

LIMA 05, PERÚ ☎ 424 - 6350 📠 992 - 796104

**Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú**

**Nº: 2016 - 08134**

**EQUIPO PEDAGÓGICO**

Luis Lazo

Manuel Guevara

**DIAGRAMACIÓN, DIGITACIÓN Y GRÁFICOS**

José Miguel Gallo Ballena

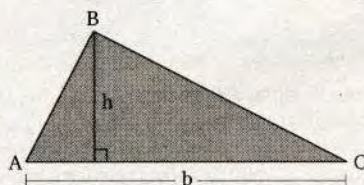
Víctor Meneses Huamán

## ÁREAS DE REGIONES TRIANGULARES

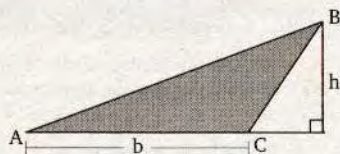
### FÓRMULA FUNDAMENTAL

#### Teorema

El área de un triángulo es igual a la mitad del producto de la base, (un lado cualquiera del triángulo) y la altura, (aquella que es relativa a ese lado).



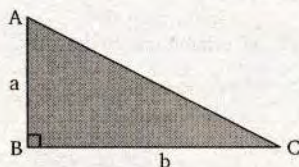
$$A_{ABC} = \frac{bh}{2}$$



$$A_{ABC} = \frac{bh}{2}$$

#### NOTA

- 1) En el caso de un triángulo rectángulo, al considerar un cateto como base el otro resulta ser la altura, por ello el área se calcula como la mitad del producto de catetos.

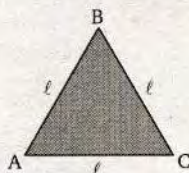


$\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  : Catetos

Se cumple:

$$A_{ABC} = \frac{ba}{2}$$

- 2) En el caso de un triángulo equilátero, el área es igual a la cuarta parte del producto del cuadrado de su lado y la raíz cuadrada de tres.



ABC: Triángulo equilátero

Se cumple:

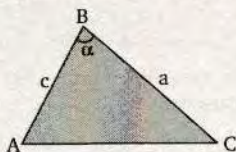
$$A_{ABC} = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4}$$

## BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 07

## FÓRMULA TRIGONOMÉTRICA

## Teorema

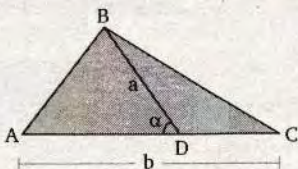
El área de un triángulo es igual a la mitad del producto de dos de sus lados y el seno del ángulo entre estos.



$$A_{ABC} = \frac{ac}{2} \operatorname{sen} \alpha$$

## NOTA

Se puede calcular el área de un triángulo como la mitad del producto de; la base, una ceviana relativa a esta y el seno del ángulo que estas líneas determinen.



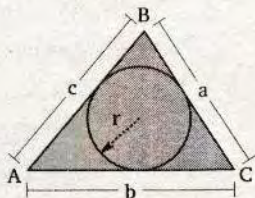
$\overline{BD}$  : Ceviana relativa a la base

Se cumple:

$$A_{ABC} = \frac{ab}{2} \operatorname{sen} \alpha$$

## Teorema

El área de un triángulo es igual al producto del semiperímetro y el radio de la circunferencia inscrita.



$r$ : inradio de  $\triangle ABC$

$p$ : semiperímetro del  $\triangle ABC$

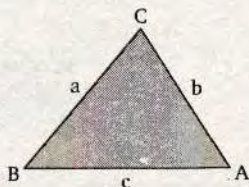
$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$A_{ABC} = pr$$

## FÓRMULA DE HERÓN

## Teorema

El área de un triángulo es igual a la raíz cuadrada del producto del semiperímetro y las diferencias entre este y cada uno de los lados



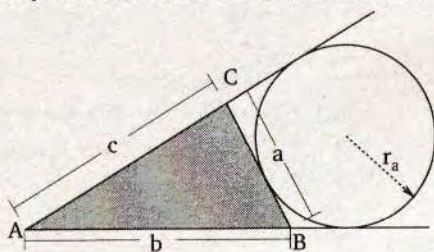
$p$ : semiperímetro de  $\triangle ABC$

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$A_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

### Teorema

El área de un triángulo es igual al producto del radio de una de las circunferencias ex-inscritas al triángulo y la diferencia entre el semiperímetro y el lado al que es relativa la circunferencia.



$r_a$  : ex - radio del  $\triangle ABC$  relativo a  $BC$

$p$  : semiperímetro del  $\triangle ABC$

$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

$$A_{ABC} = r_a(p - a)$$



### NOTA

Sean  $r_a$ ,  $r_b$  y  $r_c$  los ex-radios del triángulo  $ABC$  relativos a los lados de medidas  $a$ ,  $b$  y  $c$  respectivamente y  $r$  el inradio.

Se tendría:

$$A_{ABC} = (p - a)r_a ; \quad A_{ABC} = (p - b)r_b$$

$$A_{ABC} = (p - c)r_c ; \quad A_{ABC} = pr$$

Multiplicando:

$$(A_{ABC})^4 = p(p - a)(p - b)(p - c) r \cdot r_a \cdot r_b \cdot r_c$$

$$(A_{ABC})^2 = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)} \sqrt{r \cdot r_a \cdot r_b \cdot r_c}$$

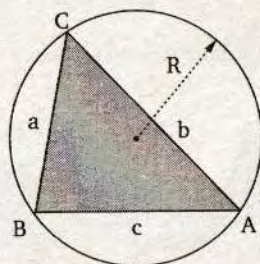
$$A_{ABC} = \sqrt{r \cdot r_a \cdot r_b \cdot r_c}$$

Además también se deduce:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$$

### Teorema

El área de un triángulo es igual al cociente entre el producto de sus lados y el cuádruplo del radio de la circunferencia circunscrita.

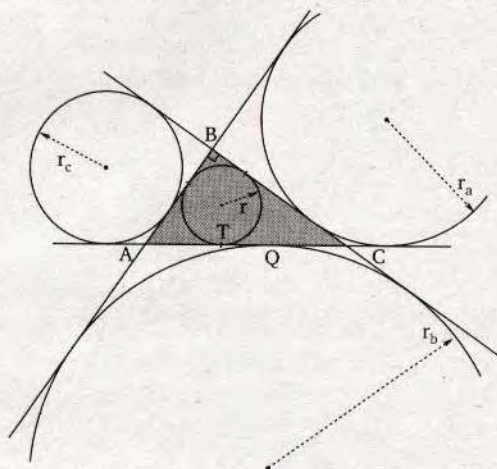


$R$ : circunradio del  $\triangle ABC$

$$A_{ABC} = \frac{abc}{4R}$$

**Fórmulas para el triángulo rectángulo**

A continuación se muestra un triángulo rectángulo y las circunferencias inscrita y ex-inscritas.



En el gráfico:

$r$  : Inradio del  $\triangle ABC$

$r_a$  y  $r_c$  : Exradios relativos a los catetos

$r_b$  : Exradio relativo a la hipotenusa

T y Q : Puntos de tangencia

Se cumple:

$$A_{ABC} = (AT)(TC)$$

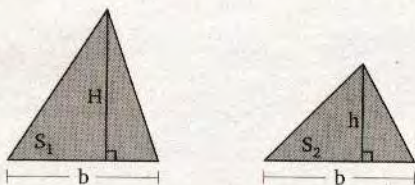
$$A_{ABC} = (AQ)(QC)$$

$$A_{ABC} = r \cdot r_b$$

$$A_{ABC} = r_a \cdot r_c$$

**RELACIÓN ENTRE ÁREAS DE REGIONES TRIANGULARES****Teorema**

Las áreas de dos triángulos de igual base son entre sí como sus alturas.

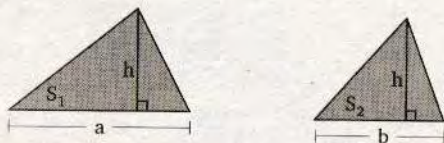


Sean  $S_1$  y  $S_2$ : Áreas de los triángulos.

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{H}{h}$$

**Teorema**

Las áreas de dos triángulos de igual altura son entre sí como sus bases.

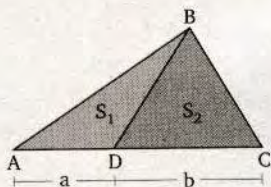


Sean  $S_1$  y  $S_2$ : Áreas de los triángulos.

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{a}{b}$$

**Corolario**

- Una ceviana relativa a un lado divide a éste en dos segmentos y al triángulo en dos triángulos parciales y se cumple que las áreas de dichos triángulos parciales son entre sí como los segmentos determinados.

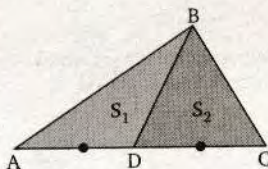


$\overline{BD}$  : Ceviana del  $\triangle ABC$

Sean  $S_1$  y  $S_2$ : Áreas de los triángulos

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{a}{b}$$

- Una mediana divide al triángulo en otros dos de igual área



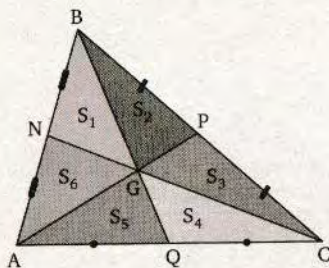
$\overline{BD}$  : Mediana del  $\triangle ABC$

$S_1$  y  $S_2$ : Áreas de los triángulos

$$S_1 = S_2$$



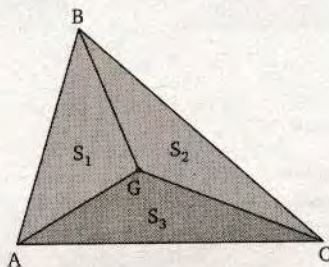
**NOTA**



En el gráfico:

G: Baricentro del  $\triangle ABC$

$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6 = \frac{A_{ABC}}{6}$$



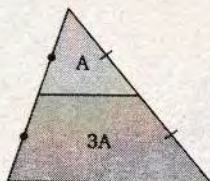
En el gráfico:

G: Baricentro del  $\triangle ABC$

$$S_1 = S_2 = S_3 = \frac{A_{ABC}}{3}$$

**BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 07****Teorema**

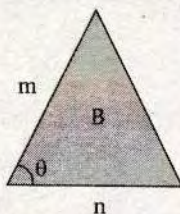
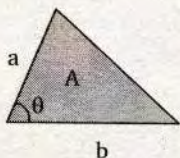
La base media de un triángulo divide a éste en dos partes, tal que una de ellas es equivalente al triple de la otra.



A: área del triángulo menor

**Teorema**

Las áreas de dos triángulos; en que un ángulo de uno es igual a un ángulo del otro, están en la misma relación que los productos de los lados que comprenden ese ángulo.

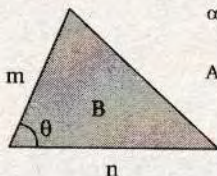
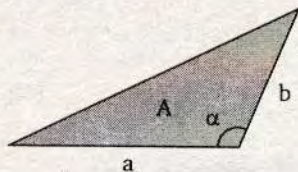


A y B: áreas de los triángulos

$$\frac{A}{B} = \frac{ab}{mn}$$

**Teorema**

Las áreas de dos triángulos en que un ángulo de uno es suplementario con un ángulo del otro, están en la misma relación que los productos de los lados que comprenden esos ángulos.



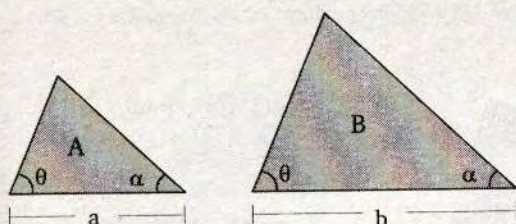
$$\alpha + \theta = 180^\circ$$

A y B: áreas de los triángulos

$$\frac{A}{B} = \frac{ab}{mn}$$

# Teorema

Las áreas de dos triángulos semejantes son entre sí como los cuadrados de dos elementos homólogos cualesquiera.

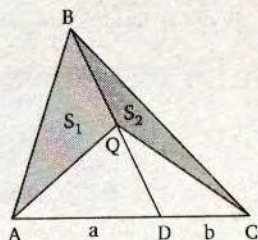


A y B: áreas de los triángulos

$$\frac{A}{B} = \frac{a^2}{b^2}$$

## Propiedades Adicionales

1)



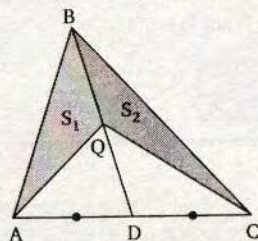
$\overline{BD}$  : Ceviana del  $\triangle ABC$

Q : Punto de  $\overline{BD}$

$S_1$  y  $S_2$  : Áreas de los triángulos

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{a}{b}$$

2)



$\overline{BD}$  : Mediana del  $\triangle ABC$

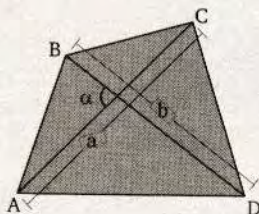
Q : Punto de  $\overline{BD}$

$S_1$  y  $S_2$  : Áreas de los triángulos

$$S_1 = S_2$$

**ÁREAS DE REGIONES CUADRANGULARES****FÓRMULA GENERAL (TRIGONOMÉTRICA)**

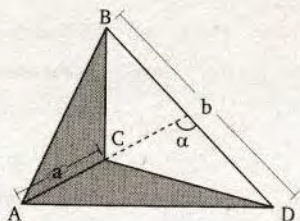
El área de un cuadrilátero es igual a la mitad del producto de sus diagonales y el seno del ángulo que éstas determinan.



ABCD: Cuadrilátero convexo

$\overline{AC}$  y  $\overline{BD}$ : Diagonales

$$A_{ABCD} = \frac{ab}{2} \operatorname{sen} \alpha$$



ABCD: Cuadrilátero cóncavo

$\overline{AC}$  y  $\overline{BD}$ : Diagonales

$$A_{ABCD} = \frac{ab}{2} \operatorname{sen} \alpha$$

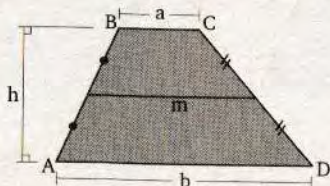
**NOTA**

Debes recordar que si  $\alpha = 90^\circ$ ; entonces  $\operatorname{sen} \alpha = 1$ ; por lo tanto:

$$A_{ABCD} = \frac{ab}{2}$$

**ÁREA DE UNA REGIÓN TRAPEZIAL**

El área de la región limitada por un trapecio es igual al producto de la semisuma de las bases y la altura



ABCD: Trapecio ( $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ )

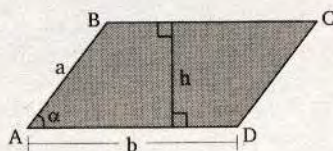
$$A_{ABCD} = \left( \frac{a+b}{2} \right) h$$

$$A_{ABCD} = mh$$

# ÁREA DE UNA REGIÓN PARALELOGRAMICA

## Teorema:

El área de la región limitada por un paralelogramo es igual al producto de la base y la altura.



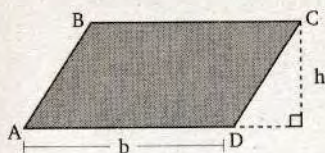
ABCD: Paralelogramo

$$A_{ABCD} = bh$$

$$A_{ABCD} = ab \operatorname{sen} \alpha$$

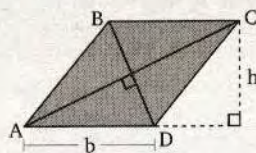
## NOTA

ABCD: Romboide



$$A_{ABCD} = b \cdot h$$

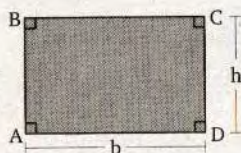
ABCD: Rombo



$$A_{ABCD} = b \cdot h$$

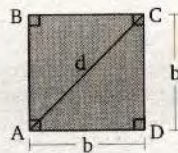
$$A_{ABCD} = \frac{(AC)(BD)}{2}$$

ABCD: Rectángulo



$$A_{ABCD} = b \cdot h$$

ABCD: Cuadrado

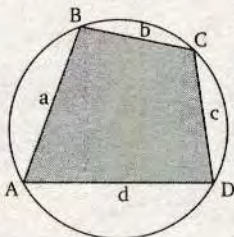


$$A_{ABCD} = b^2$$

$$A_{ABCD} = \frac{d^2}{2}$$

**ÁREA DE LA REGIÓN LIMITADA POR UN CUADRILÁTERO INSCRITO O INSCRIPTIBLE****Teorema:**

El área de esta región es igual a la raíz cuadrada del producto de las diferencias entre el semiperímetro de dicho cuadrilátero y las longitudes de cada uno de sus lados. (Fórmula de Bramagupta)



ABCD: Cuadrilátero inscrito o inscriptible

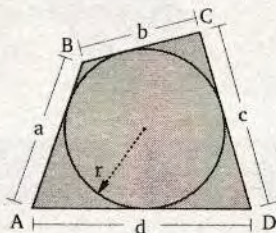
$$A_{ABCD} = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$$

Siendo:

$$p = \frac{a+b+c+d}{2}$$

**ÁREA DE LA REGIÓN LIMITADA POR UN CUADRILÁTERO CIRCUNSCRITO A UNA CIRCUNFERENCIA****Teorema:**

El área de un cuadrilátero circunscrito a una circunferencia es igual al producto del semiperímetro y el inradio.



ABCD: Cuadrilátero circunscrito

$$A_{ABCD} = pr$$

Siendo:

r: inradio del cuadrilátero ABCD

p: semiperímetro del cuadrilátero ABCD

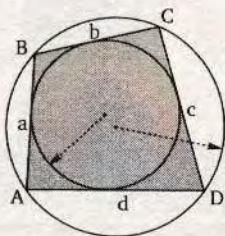
$$p = \frac{a+b+c+d}{2}$$

**ÁREA DE LA REGIÓN LIMITADA POR UN CUADRILÁTERO BICÉNTRICO**

**Cuadrilátero bicéntrico:** Se denomina así al cuadrilátero inscrito y circunscrito a circunferencias cuyos centros no coinciden.

**Teorema:**

El área de esta región es igual a la raíz del producto de las longitudes de sus lados.

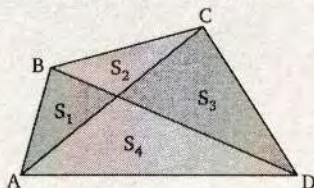


ABCD: Cuadrilátero bicéntrico

$$A_{ABCD} = \sqrt{abcd}$$

# RELACIÓN DE ÁREAS EN REGIONES CUADRANGULARES

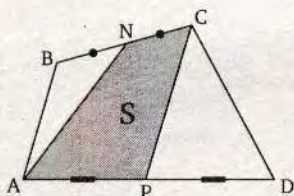
En regiones limitadas por un trapezoide



$S_1, S_2, S_3, S_4$ : Áreas de las regiones sombreadas

Se cumple:

$$S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$$

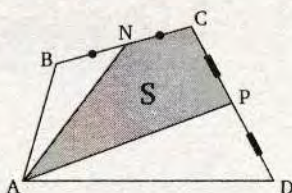


N y P: Puntos medios

S: Área de la región sombreada

Se cumple:

$$A_{ABCD} = 2S$$

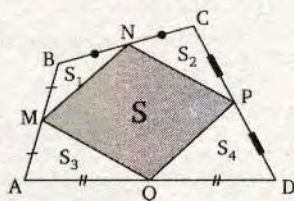


N y P: Puntos medios

S: Área de la región sombreada.

Se cumple:

$$A_{ABCD} = 2S$$



M, N, P y Q: Puntos medios

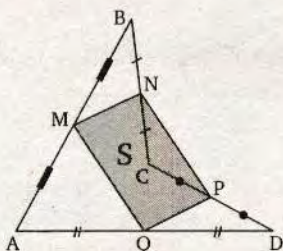
S: Área de la región sombreada.

Se cumple:

MNPQ: Paralelogramo

$$A_{ABCD} = 2S = 4(S_1 + S_4) = 4(S_2 + S_3)$$

NOTA



ABCD: Cuadrilátero no convexo

M, N, P y Q: Puntos medios

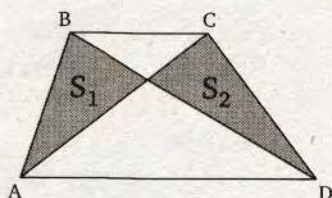
S: Área de la región sombreada

Se cumple:

MNPQ: Paralelogramo

$$A_{ABCD} = 2S$$

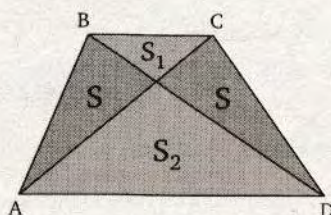
En regiones limitadas por un trapecio



$\overline{BC}$  y  $\overline{AD}$  : Bases del trapecio

Se cumple:

$$S_1 = S_2$$

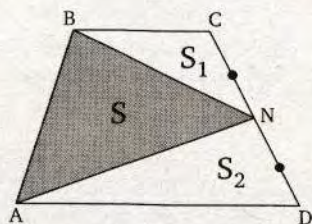


$\overline{BC}$  y  $\overline{AD}$  : Bases del trapecio

Se cumple:

$$S^2 = S_1 \cdot S_2$$

$$A_{ABCD} = (\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2})^2$$



$\overline{BC}$  y  $\overline{AD}$  : Bases del trapecio

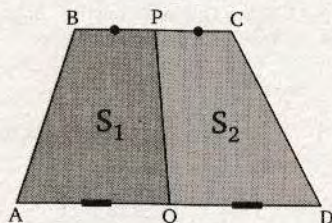
N: Punto medio

S: Área de la región sombreada.

Se cumple:

$$S = S_1 + S_2$$

$$A_{ABCD} = 2S$$



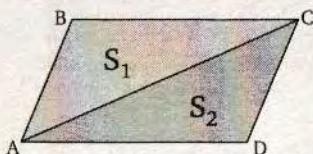
$\overline{BC}$  y  $\overline{AD}$  : Bases del trapecio

P y Q: Puntos medios

Se cumple:

$$S_1 = S_2$$

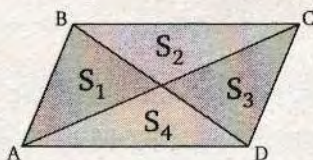
En regiones limitadas por un paralelogramo



$S_1$  y  $S_2$  : Áreas de las regiones sombreadas

Se cumple:

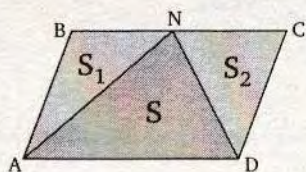
$$S_1 = S_2$$



$S_1, S_2, S_3, S_4$  : Áreas de las regiones sombreadas

Se cumple:

$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4$$

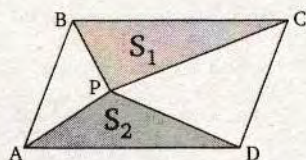


N: Punto de  $\overline{BC}$

Se cumple:

$$A_{ABCD} = 2S$$

$$S = S_1 + S_2$$

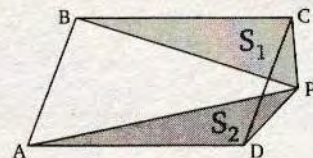


P: Punto interior del paralelogramo

Se cumple:

$$A_{ABCD} = 2(S_1 + S_2)$$

NOTA



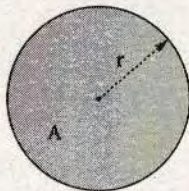
P: Punto exterior del paralelogramo

Se cumple:

$$A_{ABCD} = 2(S_1 + S_2)$$

**ÁREA DEL CÍRCULO Y SUS PARTES****Teorema**

El área del círculo es igual al producto del valor de  $\pi$  y el cuadrado del radio. Recuerdese que  $\pi$  es un número trascendente cuyo valor es aproximadamente 3.1416

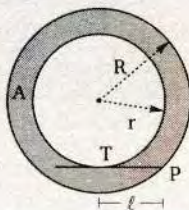


A: área del círculo

$$A = \pi r^2$$

**NOTA**

La figura comprendida entre dos circunferencias concéntricas es una **corona circular**.



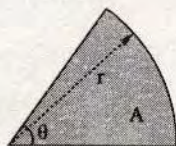
A: área de la corona  
T: punto de contacto

$$A = \pi(R^2 - r^2)$$

$$A = \pi l^2$$

**Teorema**

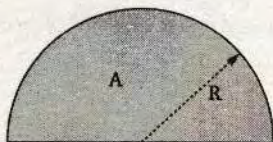
El área de un sector circular es igual a la razón entre la medida de su ángulo central y el "ángulo de una vuelta" multiplicada por el área del círculo al que corresponde.



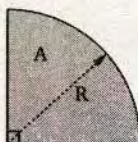
$\theta$ : Medida del ángulo central

A: área del sector circular

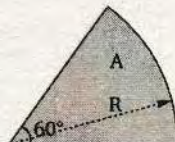
$$A = \left( \frac{\theta}{360^\circ} \right) \pi r^2$$

**CASOS PARTICULARES**

$$A = \frac{\pi R^2}{2}$$



$$A = \frac{\pi R^2}{4}$$

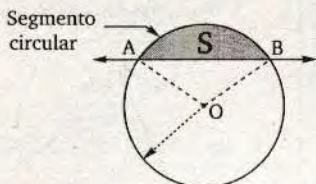


$$A = \frac{\pi R^2}{6}$$



NOTA

Cada una de las partes de un círculo cortado por una recta que no pasa por el centro se denomina **segmento circular**



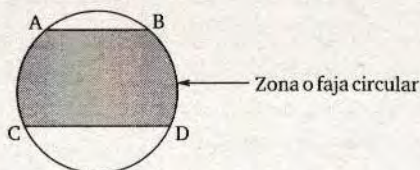
S: Área del segmento circular

$$S = S_{S.C.(AOB)} - S_{\Delta AOB}$$

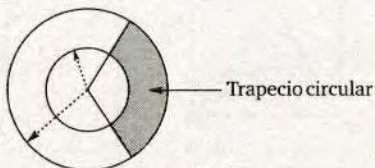
S.C: Sector Circular

A continuación se indica una serie de figuras geométricas cuyas áreas se calculan en forma indirecta, es decir sumando o restando otras áreas, o hallando una figura equivalente a ella.

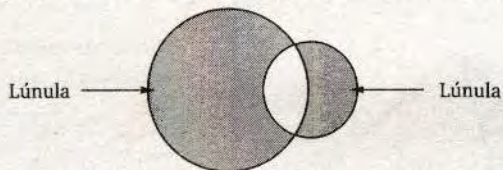
**ZONA O FAJA CIRCULAR:** Parte de un círculo comprendido entre dos cuerdas paralelas ( $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ )



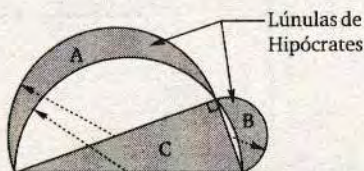
**TRAPECIO CIRCULAR:** Parte de una corona circular, comprendida entre dos radios de la circunferencia mayor



**LÚNULA:** Figura compuesta de dos arcos de círculo que se cortan con sus concavidades hacia el mismo lado.



**Propiedad**



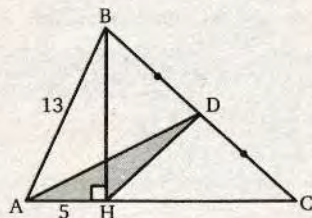
Sean A, B y C: áreas de las regiones sombreadas

$$C = A + B$$

## BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 07

## PROBLEMAS RESUELTOS

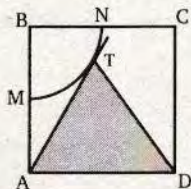
1. En la figura, halle el área de la región sombreada.



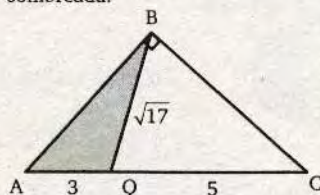
- A) 12      B) 10      C) 15  
D) 18      E) 20

2. En la figura se tienen un cuadrado cuyo lado mide 2, si M y N son puntos medios. Hallar el área de la región sombreada. (T: punto de tangencia).

- A) 2  
B) 3  
C)  $\sqrt{3}$   
D)  $3/2$   
E)  $5/3$

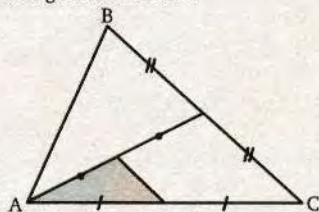


3. En la figura, halle el área de la región sombreada.



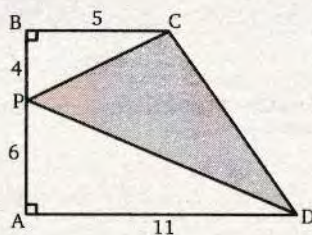
- A) 9      B) 6      C) 3  
D) 8      E) 12

4. ¿Qué fracción del área de la región del triangular ABC, representa el área de la región sombreada?



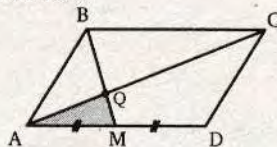
- A)  $1/8$       B)  $2/3$       C)  $1/6$   
D)  $2/7$       E)  $1/9$

5. En la figura, halle el área de la región sombreada.



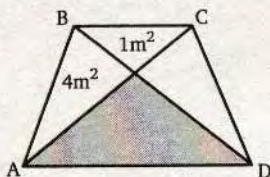
- A) 30      B) 33      C) 43  
D) 37      E) 40

6. Si el área del paralelogramo ABCD es de  $24\text{cm}^2$ , calcular el área de la región sombreada.



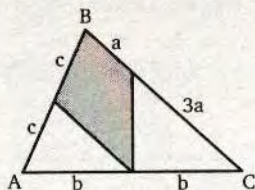
- A) 3      B) 2      C) 4  
D) 1      E) 6

7. En el trapezio ABCD halle el área de la región sombreada.



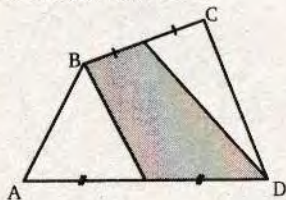
- A) 36      B) 25      C) 24  
D) 16      E) 18

8. Si el área de la región del triángulo ABC es  $40u^2$ , calcular el área de la región sombreada.



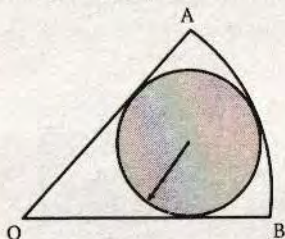
- A) 5      B) 14      C) 15  
D) 8      E) 11

9. El área de la región cuadrangular ABCD es de  $48 \text{ dm}^2$ . Calcular el área de la región sombreada.



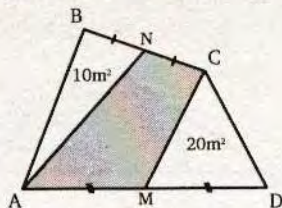
- A) 18      B) 20      C) 16  
D) 30      E) 24

10. Hallar el área de la región sombreada, si:  $m\angle AOB = 60^\circ$  y  $OA = OB = 12$ .



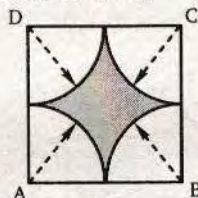
- A)  $8\pi$       B)  $24\pi$       C)  $16\pi$   
D)  $12\pi$       E)  $36\pi$

11. En la figura halle el área de la región sombreada.



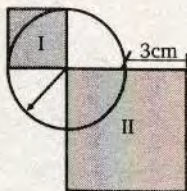
- A) 15      B) 30      C) 20  
D) 50      E) 60

12. Calcular el área de la región sombreada, si:  $AB = 20 \text{ cm}$ . Además ABCD es un cuadrado.

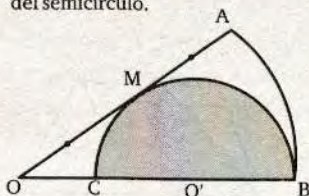


- A)  $200(5 - \pi)$       B)  $100(4 - \pi)$   
C)  $50(4 - \pi)$   
D)  $2(100 - \pi)$       E)  $100(2 - \pi)$

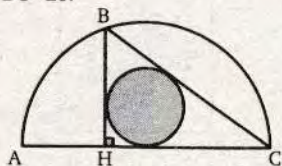
13. Si el área del círculo es  $9\pi\text{cm}^2$ , ¿cuál es la suma de las áreas de las regiones cuadradas I y II?



- A) 45      B) 37      C) 60  
D) 50      E) 36
14. En la figura,  $OC=2\text{m}$ . Halle el área del semicírculo.

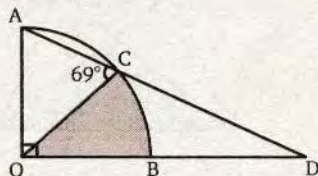


- A)  $3\pi/2\text{m}^2$       B)  $5\pi/2\text{m}^2$   
C)  $4\pi\text{m}^2$   
D)  $9\pi/2\text{m}^2$       E)  $6\pi\text{m}^2$
15. Hallar el área de la región sombreada, siendo  $\overline{AC}$  el diámetro.  $AB=15$  y  $BC=20$ .

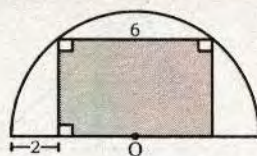


- A)  $12\pi$       B)  $14\pi$       C)  $16\pi$   
D)  $25\pi$       E)  $36\pi$

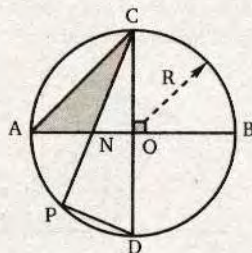
16. En la figura,  $AD \cdot AC = 30$ . Halle el área de la región sombreada en metros cuadrados.



- A)  $\text{mm}^2$       B)  $2\text{mm}^2$       C)  $2,5\text{mm}^2$   
D)  $1,5\text{mm}^2$       E)  $3\text{mm}^2$
17. En la figura calcule el área de la región rectangular. Si O es centro.

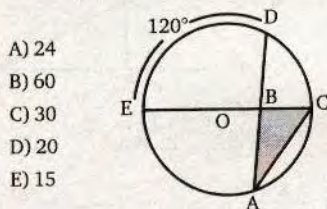


- A) 12      B) 18      C) 24  
D) 42      E) 36
18. Hallar el área de la región triangular ACN, si:  $R = 20$  y  $PD = 24$

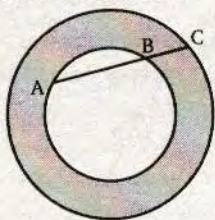


- A) 40      B) 60      C) 70  
D) 50      E) 45

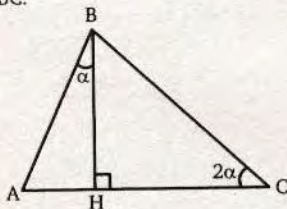
19. En la siguiente figura calcule el área de la región sombreada.  $AB=6$  y  $AC=10$ ,  $O$  es centro.



20. En la figura,  $AB=3m$  y  $BC=2m$ . Halle el área de la corona circular.

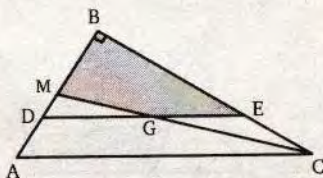


- A)  $6\pi m^2$  B)  $10\pi m^2$  C)  $8\pi m^2$   
D)  $9\pi m^2$  E)  $11\pi m^2$
21. En la figura,  $AH=4m$  y  $HC=8m$ . Hallar el área de la región triangular ABC.

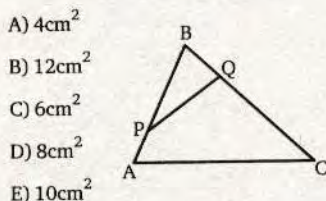


- A)  $24\sqrt{5} m^2$  B)  $24\sqrt{2} m^2$   
C)  $18\sqrt{5} m^2$   
D)  $18\sqrt{2} m^2$  E)  $20\sqrt{2} m^2$

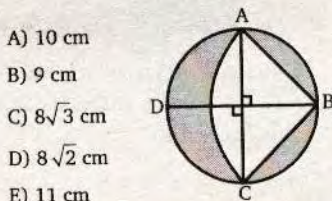
22. En la figura,  $G$  es baricentro del triángulo ABC. Si  $BM=3m$ ,  $AD=2m$  y  $BE=8m$ , halle el área de la región sombreada.



- A)  $16m^2$  B)  $14m^2$  C)  $12m^2$   
D)  $10m^2$  E)  $15m^2$
23. En la figura,  $PB=4AP$ ,  $\frac{BQ}{QC} = \frac{2}{7}$  y el área de la región cuadrangular APQC es  $37 cm^2$ . Halle el área de la región triangular BPQ.

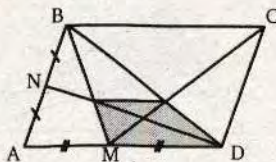


- A)  $4cm^2$   
B)  $12cm^2$   
C)  $6cm^2$   
D)  $8cm^2$   
E)  $10cm^2$
24. En la figura; ABC es un sector circular y la suma de las áreas de las tres regiones sombreadas es  $64\pi cm^2$ . Halle la medida del radio de la circunferencia.

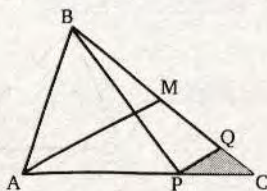


- A) 10 cm  
B) 9 cm  
C)  $8\sqrt{3}$  cm  
D)  $8\sqrt{2}$  cm  
E) 11 cm

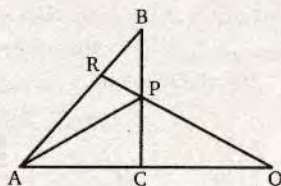
25. En la figura, el área de la región determinada por el paralelogramo ABCD es  $120 \text{ cm}^2$ . Halle el área de la región sombreada.



- A)  $20 \text{ cm}^2$     B)  $\frac{40}{3} \text{ cm}^2$     C)  $\frac{50}{3} \text{ cm}^2$   
 D)  $\frac{44}{3} \text{ cm}^2$     E)  $40 \text{ cm}^2$
26. En la figura,  $BM = MC$ ,  $AP = 3PC$  y  $\overline{AM} \parallel \overline{PQ}$ . Si el área de la región triangular ABC es  $48 \text{ m}^2$ , halle el área de la región sombreada.

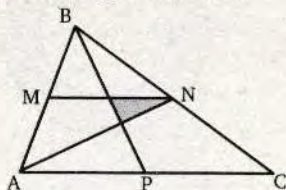


- A)  $\frac{5}{2} \text{ m}^2$     B)  $\frac{4}{3} \text{ m}^2$     C)  $\frac{5}{3} \text{ m}^2$   
 D)  $\frac{7}{2} \text{ m}^2$     E)  $\frac{3}{2} \text{ m}^2$
27. En la figura, el área de la región triangular ABC es  $60 \text{ m}^2$ ,  $2AB = 5RB$  y  $BP = PC$ . Hallar el área de la región triangular APQ.



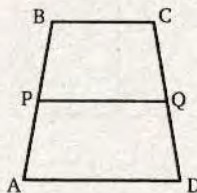
- A)  $84 \text{ m}^2$     B)  $86 \text{ m}^2$     C)  $81 \text{ m}^2$   
 D)  $80 \text{ m}^2$     E)  $90 \text{ m}^2$

28. En la figura, M, N y P son puntos medios de  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  y  $\overline{AC}$ . Si el área de la región triangular ABC es  $96 \text{ cm}^2$ , halle el área de la región sombreada.



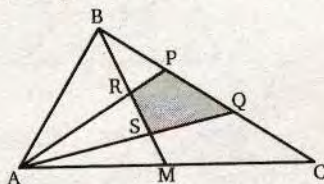
- A)  $8 \text{ cm}^2$     B)  $4 \text{ cm}^2$     C)  $12 \text{ cm}^2$   
 D)  $16 \text{ cm}^2$     E)  $3 \text{ cm}^2$

29. En la figura, ABCD es un trapecio,  $\overline{PQ} \parallel \overline{AD}$ ,  $BC = 6 \text{ cm}$ ,  $AD = 8 \text{ cm}$  y las áreas de las regiones PBCQ y APQD son equivalentes. Halle PQ.



- A)  $6\sqrt{2} \text{ cm}$     B)  $5\sqrt{2} \text{ cm}$     C)  $4 \text{ cm}$   
 D)  $5\sqrt{3} \text{ cm}$     E)  $4\sqrt{3} \text{ cm}$

30. En la figura, el área de la región triangular ABC es  $300 \text{ cm}^2$ . Si  $BP=PQ=QC$  y  $AM=MC$ , halle el área de la región sombreada.

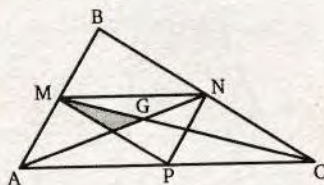


- A)  $50 \text{ cm}^2$  B)  $45 \text{ cm}^2$  C)  $65 \text{ cm}^2$   
D)  $55 \text{ cm}^2$  E)  $40 \text{ cm}^2$

31. En un triángulo rectángulo ACB. Por el punto medio D de  $\overline{AB}$ , se traza una perpendicular a  $\overline{AB}$  que interseca a  $\overline{CB}$  en E. Si  $AB=20 \text{ m}$  y  $AC=12 \text{ m}$ , halle el área de la región cuadrangular ADEC.

- A)  $37,5 \text{ m}^2$  B)  $58,5 \text{ m}^2$  C)  $48 \text{ m}^2$   
D)  $75 \text{ m}^2$  E)  $24 \text{ m}^2$

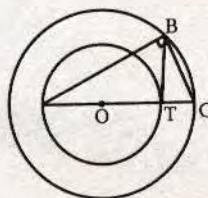
32. En la figura, el área de la región sombreada es  $5 \text{ m}^2$ ,  $AP=PC$  y G es baricentro del triángulo ABC. Hallar el área de la región triangular ABC.



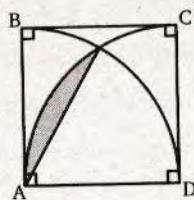
- A)  $100 \text{ m}^2$  B)  $120 \text{ m}^2$  C)  $140 \text{ m}^2$   
D)  $150 \text{ m}^2$  E)  $160 \text{ m}^2$

33. En la figura, O es centro de las circunferencias y T es punto de tangencia. Si  $BC=3 \text{ m}$ , halle el área de la corona circular.

- A)  $6\pi \text{ m}^2$   
B)  $12\pi \text{ m}^2$   
C)  $9\pi \text{ m}^2$   
D)  $8\pi \text{ m}^2$   
E)  $10\pi \text{ m}^2$

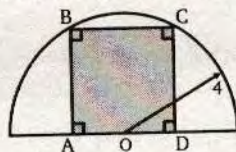


34. Calcule el área máxima de la región ABCD



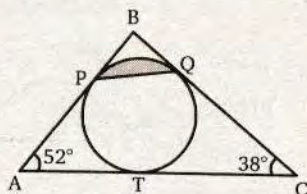
- A)  $\frac{1}{3}(2\pi - 3\sqrt{3}) \text{ m}^2$  B)  $\frac{1}{3}(3\pi - 2\sqrt{3}) \text{ m}^2$   
C)  $\frac{1}{2}(2\pi - 3\sqrt{3}) \text{ m}^2$   
D)  $\frac{1}{3}(\pi - \sqrt{3}) \text{ m}^2$  E)  $\frac{1}{2}(\pi - \sqrt{3}) \text{ m}^2$

35. En la figura, ABCD es un cuadrado, BAD y ADC son cuadrantes. Si  $AB=2 \text{ m}$ , halle el área de la región sombreada.

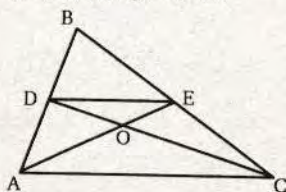


- A) 12 B) 16 C) 20  
D) 18 E)  $16\sqrt{2}$

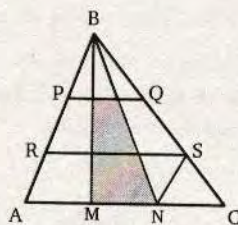
36. En la figura, P, Q y T son puntos de tangencia. Si el radio de la circunferencia mide 2 m, halle el área de la región sombreada.



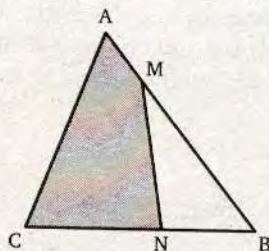
- A)  $2(\pi - 2)m^2$     B)  $2(\pi - 1)m^2$   
C)  $2(\pi - 3)m^2$   
D)  $(\pi - 2)m^2$     E)  $(\pi - 1)m^2$
37. En la figura,  $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ . Si las áreas de las regiones DOE y AOC son  $9m^2$  y  $16m^2$  respectivamente, halle el área de la región triangular ABC.



- A)  $112m^2$     B)  $108m^2$     C)  $96m^2$   
D)  $116m^2$     E)  $124m^2$
38. En la figura,  $AR = RP = PB$ ,  $AM = MN = NC$ ,  $BQ = QS = SC$  y el área de la región triangular NSC es  $9m^2$ . Hallar el área de la región sombreada.

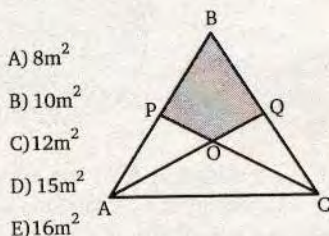


- A)  $23m^2$     B)  $22m^2$     C)  $26m^2$   
D)  $24m^2$     E)  $25m^2$
39. En un triángulo ABC,  $AB = 27cm$ ,  $AC = 29cm$  y la mediana relativa a  $\overline{BC}$  mide  $26cm$ . Hallar el área de la región triangular ABC.
- A)  $240m^2$     B)  $270m^2$     C)  $235m^2$   
D)  $280m^2$     E)  $290m^2$
40. En la figura,  $\frac{AM}{MB} = \frac{1}{4}$ ,  $\frac{BN}{NC} = \frac{1}{4}$  y el área de la región sombreada es  $100cm^2$ . Halle el área de la región triangular MBN.

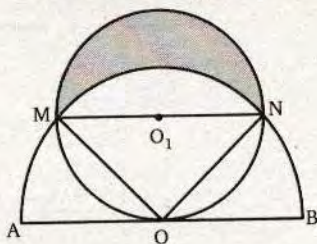


- A)  $19cm^2$     B)  $25cm^2$     C)  $\frac{300}{23}cm^2$   
D)  $\frac{400}{21}cm^2$     E)  $20cm^2$

41. En la figura,  $AP=PB$ ,  $CQ=QB$  y el área de la región sombreada es  $12\text{m}^2$ . Hallar el área de la región triangular  $AOC$ .

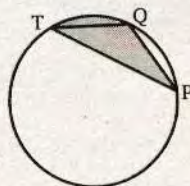


42. En la figura, O es punto de tangencia, O y  $O_1$  son puntos medios de los diámetros  $\overline{AB}$  y  $\overline{MN}$ . Si  $MN=12\text{cm}$ , hallar el área de la región sombreada.

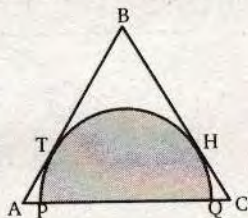


43. En la figura,  $PQ=QT$ ,  $\widehat{m\angle Q} = 60^\circ$  y el área de la región sombreada es  $96\pi\text{cm}^2$ . Halle QT

- A) 24cm  
B) 20cm  
C) 22cm  
D) 21cm  
E) 25cm

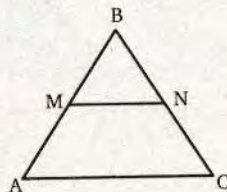


44. En la figura,  $AB=BC=AC=4\text{cm}$ ,  $\overline{PQ}$  es diámetro y T, H son puntos de tangencia. Halle el área del semicírculo.



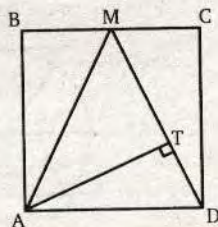
45. En la figura,  $AM=MB$  y  $BN=NC$ . Si el área de la región triangular MBN es  $10\text{cm}^2$ , halle el área de la región triangular ABC.

- A)  $40\text{cm}^2$   
B)  $60\text{cm}^2$   
C)  $30\text{cm}^2$   
D)  $50\text{cm}^2$   
E)  $44\text{cm}^2$

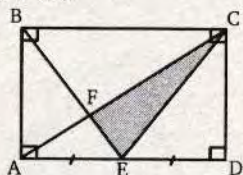


46. En la figura, ABCD es un cuadrado y  $BM=MC=5\text{cm}$ . Halle el área de la región triangular ATD.

- A)  $20\text{cm}^2$   
B)  $18\text{cm}^2$   
C)  $19\text{cm}^2$   
D)  $17\text{cm}^2$   
E)  $16\text{cm}^2$

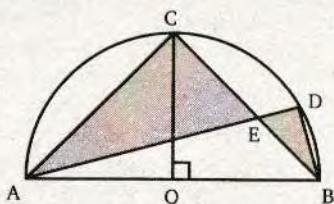


47. En la figura, el área de la región ABCD es  $24\text{cm}^2$ . Halle el área de la región sombreada.



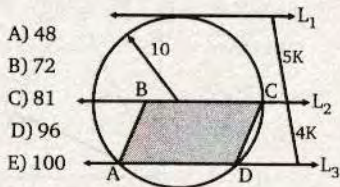
- A)  $2\text{cm}^2$     B)  $3\text{cm}^2$     C)  $4\text{cm}^2$   
D)  $5\text{cm}^2$     E)  $6\text{cm}^2$

48. En la figura, O es punto medio del diámetro  $\overline{AB}$ ,  $BE = EC$  y  $AB = 4\sqrt{10}\text{cm}$ . Halle la suma de las áreas de las regiones sombreadas.



- A)  $24\text{cm}^2$     B)  $20\text{cm}^2$     C)  $18\text{cm}^2$   
D)  $28\text{cm}^2$     E)  $32\text{cm}^2$

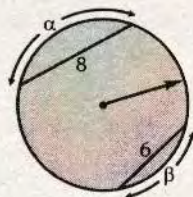
49. Si:  $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2} \parallel \overline{L_3}$ , calcule el área de la región paralelogramática ABCD.



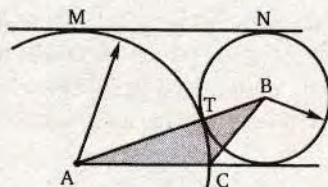
- A) 48  
B) 72  
C) 81  
D) 96  
E) 100

50. Calcule el área del círculo si se sabe que  $\alpha + \beta = 180^\circ$

- A)  $49\pi$   
B)  $25\pi$   
C)  $27\pi$   
D)  $36\pi$   
E)  $12\pi$

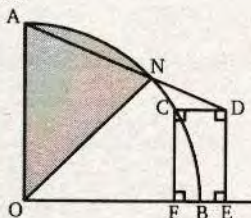


51. Del gráfico, M, N y T son puntos de tangencia y  $MN = 4$ . Calcule el área de la región ABC.



- A) 1    B) 2    C) 4  
D)  $\sqrt{2}$     E)  $2\sqrt{2}$

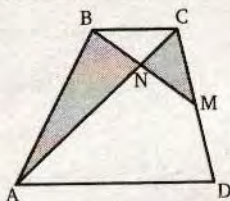
52. En la figura, AOB es un cuadrante y  $5CD = 2AO$ . Si  $m\widehat{CB} = 37^\circ$  y  $OB = 6\sqrt{2}\text{m}$ , halle el área del sector circular sombreado.



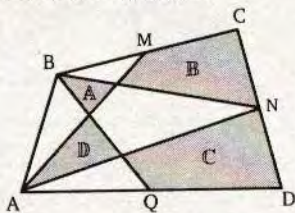
- A)  $8\pi\text{m}^2$     B)  $\frac{36\pi}{5}\text{m}^2$     C)  $6\pi\text{m}^2$   
D)  $\frac{32\pi}{5}\text{m}^2$     E)  $\frac{37\pi}{5}\text{m}^2$

53. En el gráfico  $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ , si  $CM = MD$  y las áreas de las regiones  $MNC$  y  $BNA$  son 3 y 10 respectivamente, calcule el área de la región  $ABCD$ .

- A) 30  
B) 32  
C) 35  
D) 36  
E) 40



54. En el gráfico, M, N y Q son los puntos medios de BC, CD y AD, respectivamente. Si A, B, C y D son las áreas de las regiones sombreadas, halle la relación entre A, B, C y D.

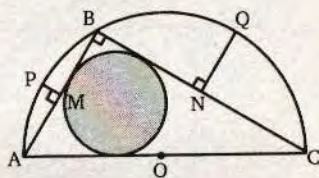


- A)  $A \cdot C = B \cdot D$     B)  $A + C = B + D$   
C)  $A + B + D = 2C$   
D)  $A + B = C + D$     E)  $A \cdot B = C \cdot D$

55. En un cuadrado de 6m de lado se inscribe un rectángulo de 8m de diagonal, tal que sus lados sean paralelos a las diagonales del cuadrado. Halle el área de la región rectangular.

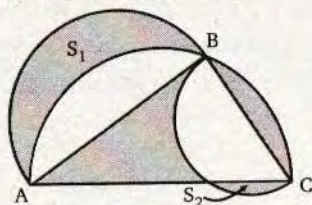
- A)  $2\text{ m}^2$     B)  $2\sqrt{5}\text{ m}^2$     C)  $4\sqrt{5}\text{ m}^2$   
D)  $4\text{ m}^2$     E)  $4\sqrt{3}\text{ m}^2$

56. En la figura,  $\overline{AC}$  es diámetro,  $PM = 2\text{ m}$  y  $QN = 4\text{ m}$ . Si M y N son puntos medios de  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$ , hallar el área del círculo sombreado inscrito



- A)  $12\pi\text{ m}^2$     B)  $15\pi\text{ m}^2$     C)  $16\pi\text{ m}^2$   
D)  $18\pi\text{ m}^2$     E)  $20\pi\text{ m}^2$

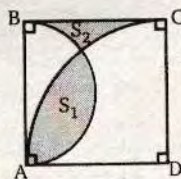
57. En la figura,  $S_1 + S_2 = \pi\text{ cm}^2$ ,  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  y  $\overline{AC}$  son diámetros. Halle  $x + y$ .



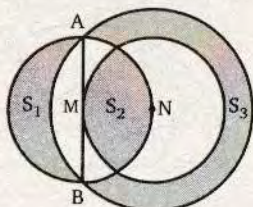
- A)  $\pi\text{ cm}^2$     B)  $2\pi\text{ cm}^2$     C)  $3\pi\text{ cm}^2$   
D)  $\frac{\pi}{2}\text{ cm}^2$     E)  $\frac{\pi}{3}\text{ cm}^2$

58. En la figura  $ABCD$  es un cuadrado, cuyo lado mide 4 cm,  $\overline{AB}$  es diámetro y  $\overline{ADC}$  es un cuadrante. Halle  $S_1 - S_2$

- A)  $(3\pi - 8)\text{ cm}^2$   
B)  $2(3\pi - 8)\text{ cm}^2$   
C)  $2(3\pi - 4)\text{ cm}^2$   
D)  $2(3\pi + 4)\text{ cm}^2$   
E)  $2(6\pi - 1)\text{ cm}^2$

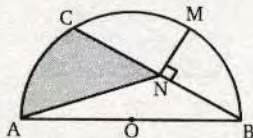


59. En la figura,  $AB$  es diámetro,  $M$  es punto de tangencia,  $AM=MB$  y  $N$  es centro común de circunferencias. Halle la relación entre las áreas  $S_1, S_2$  y  $S_3$



- A)  $2S_3 = S_2 + S_1$  B)  $S_3 - S_2 = S_1$   
C)  $S_1 + S_2 = 2S_3$   
D)  $S_2 + S_3 = 2S_1$  E)  $2S_1 + S_2 = S_3$
60. En la figura,  $\widehat{AB}$  es diámetro,  $MN = \frac{AB}{4}$ ,

$AO = OB = r$  cm y  $m\widehat{CM} = m\widehat{MB}$ . Halle el área de la región sombreada.

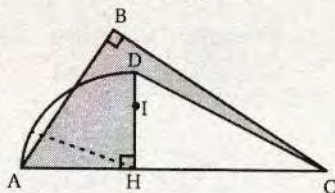


- A)  $\frac{\pi r^2}{6} \text{ cm}^2$  B)  $\frac{\pi r^2}{4} \text{ cm}^2$  C)  $\frac{\pi r^2}{9} \text{ cm}^2$   
D)  $\frac{\pi r^2}{12} \text{ cm}^2$  E)  $\frac{\pi r^2}{3} \text{ cm}^2$
61. En un triángulo  $ABC$ , el segmento que une el incentro y el baricentro es paralelo al lado  $\overline{AC}$ . Si el radio de la circunferencia inscrita mide  $2u$  y  $AC=8u$ , entonces el área (en  $u^2$ ) de la región triangular  $ABC$  es:
- A) 12 B) 16 C) 18  
D) 21 E) 24

62. En un triángulo  $ABC$  las bisectrices interiores  $\overline{AD}$  y  $\overline{CE}$  se intersectan en  $I$  tal que la suma de las áreas de las regiones triangulares  $AIE$  y  $CID$  es igual a  $12u^2$  si  $m\angle ABC=60$ , calcule el área de la región triangular (en  $u^2$ )  $AIC$

- A) 4 B) 6 C) 8  
D) 9 E) 12

63. En la figura  $I$  es incentro de la región  $ABC$ , calcule el área de la región sombreada si  $AH=a$  y  $HC=b$ .



- A)  $\frac{4}{9}ab$  B)  $\frac{2}{3}ab$  C)  $\frac{ab}{3}$   
D)  $\frac{ab}{4}$  E)  $\frac{ab}{2}$
64. En un triángulo  $ABC$ , sus lados miden  $AB=13u$ ,  $BC=15u$  y  $AC=14u$ . En el lado  $\overline{AC}$ , se ubica el punto  $O$  que es el centro de una semicircunferencia tangente a los lados  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$ . Entonces, la longitud (en  $u$ ) del radio de la semicircunferencia es:
- A) 4 B) 5 C) 5,5  
D) 6 E) 6,5

65. En un triángulo ABC, sus alturas miden  $h_a = 12u$ ,  $h_b = 15u$  y  $h_c = 20u$ .

Entonces, el área (en  $u^2$ ) de la región triangular es:

- A) 120      B) 140      C) 150  
D) 160      E) 180

66. Sea la región triangular ABC de área S. Se trazan las cevianas  $\overline{BP}$  ( $P \in \overline{AC}$ ) y  $\overline{AQ}$  ( $Q \in \overline{BC}$ ) que  $\overline{AQ} \cap \overline{BP} = \{R\}$ . Si  $CP = 2AP$ ,  $BQ = 3QC$ , entonces el área de la región triangular ARP es:

- A)  $\frac{S}{10}$       B)  $\frac{S}{15}$       C)  $\frac{S}{21}$   
D)  $\frac{S}{20}$       E)  $\frac{S}{30}$

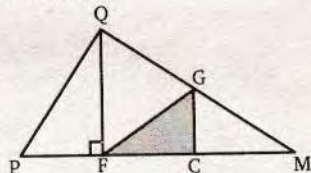
67. En un triángulo ABC, la suma de las longitudes de las inversas de las tres alturas es  $0,2u$ . Entonces, la longitud (en  $u$ ) del radio de la circunferencia inscrita al triángulo es:

- A) 3      B) 4      C) 4,5  
D) 5      E) 5,5

68. En el triángulo ABC medida del ángulo ABC es igual a  $135^\circ$ , se traza la altura  $\overline{BH}$  tal que  $AH = 2\text{cm}$  y  $HC = 3\text{cm}$ , entonces el área de la región triangular (en  $\text{cm}^2$ ) ABC es:

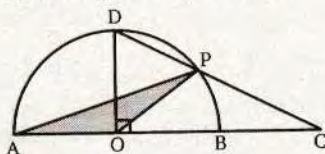
- A) 2      B) 2,5      C) 3  
D) 3,5      E) 4

69. En la figura mostrada  $\frac{FP}{FM} = \frac{1}{6}$ , G es el punto medio de  $\overline{MQ}$  y el área de la región triangular PQM es  $100\text{m}^2$ ,  $\overline{CG} \parallel \overline{QF}$ . Halle el área de la región sombreada.



- A) 15      B)  $\frac{115}{7}$       C)  $\frac{150}{7}$   
D)  $\frac{230}{6}$       E)  $\frac{300}{7}$

70. En la figura mostrada se tiene una semicircunferencia de centro O. Si  $PD = 3u$  y  $PC = 5u$ , entonces el área (en  $u^2$ ) de la región triangular OPA es:



- A)  $\frac{15}{4}$       B)  $\frac{15}{2}$       C)  $\frac{15}{8}$   
D)  $\frac{10}{3}$       E)  $\frac{12}{5}$

71. En un hexágono regular ABCDEF,  $\overline{AB}$  y  $\overline{EC}$  se intersectan en un punto R, si el área de la región APE es  $24\sqrt{3}u^2$ , entonces el área de la región hexagonal ABCDEF (en  $u^2$ ) es:

- A)  $12\sqrt{3}$       B)  $16\sqrt{3}$       C)  $18\sqrt{3}$   
D)  $20\sqrt{3}$       E)  $24\sqrt{3}$

72. En una semicircunferencia de centro  $O$  y diámetro  $\overline{AB}$ , se prolonga el diámetro hasta el punto  $P$ . Luego se traza la secante  $\overline{PNM}$ , tal que  $m\angle AOM = 90^\circ$ . Si  $MN = a$  y  $NP = b$ , entonces el área de la región triangular  $ANB$  es:

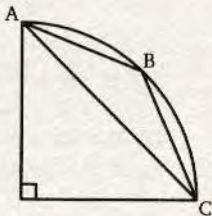
A)  $\frac{ab}{2}$       B)  $\frac{ab}{3}$       C)  $\frac{2ab}{3}$   
D)  $\frac{2ab}{5}$       E)  $\frac{3ab}{4}$

73. En un triángulo  $ABC$ , inscrito en una circunferencia de diámetro  $\overline{AB}$ . Se traza la bisectriz interior  $\overline{CD}$ , cuya prolongación intercepta a la circunferencia en el punto  $E$ . Si  $CD = 2u$  y  $DE = 6u$ , entonces el área (en  $u^2$ ) de la región triangular  $ABC$  es:

A) 5      B) 6      C) 7  
D) 8      E) 9

74. En la figura  $AOC$  es un cuadrante. Si  $AB = a$  y  $BC = a\sqrt{2}$ . Calcule la diferencia entre las áreas de las regiones triangulares  $AOC$  y  $ABC$ .

A)  $\frac{3a^2}{2}$   
B)  $\frac{3a^2}{4}$   
C)  $\frac{a^2}{3}$   
D)  $\frac{2a^2}{3}$   
E)  $\frac{4a^2}{5}$



75. En la prolongación del diámetro  $\overline{BA}$  de una semicircunferencia de centro  $O$  se ubica el punto  $C$ , el radio  $\overline{OP}$  es perpendicular a  $\overline{AB}$ ,  $Q$  es un punto exterior al triángulo  $COP$  tal que  $m\angle CQO = 90^\circ$ ,  $m\angle QAO = 90^\circ$  y  $OQ = 12u$ , entonces el área de la región  $COP$  (en  $u^2$ ) es:

A) 60      B) 70      C) 72  
D) 96      E) 108

76. En un triángulo equilátero  $ABC$ , la longitud de lado es  $\sqrt{6}u$ , se trazan las rectas  $L_1$  y  $L_2$  paralelas al lado  $\overline{AB}$ . La recta  $L_1$  intercepta a los lados  $\overline{AC}$  y  $\overline{BC}$  en los puntos  $M$  y  $N$ , y la recta  $L_2$  intercepta a los lados  $\overline{AC}$  y  $\overline{BC}$  en los puntos  $Q$  y  $P$  ( $PQ > MN$ ). Si las rectas paralelas dividen a la región triangular en tres regiones equivalentes, entonces la longitud (en  $u$ ) de  $\overline{PQ}$  es:

A) 0,5      B) 0,8      C) 1  
D) 1,5      E) 2

77. El lado menor de un triángulo se prolonga  $2u$ , y el lado mayor se prolonga en  $1u$ . Si la longitud del lado mayor excede en  $6u$  a la longitud del lado menor y el área de la región triangular resultante aumenta en  $\frac{1}{5}$  de su valor original, entonces la longitud (en  $u$ ) del lado menor es:

A) 10      B) 12      C) 14  
D) 15      E) 16

78. En un trapezio ABCD ( $BC < AD$ ), las diagonales se interceptan en el punto O. Las prolongaciones de los lados  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  se interceptan en el punto E. Si el área de la región triangular BOC es  $9\text{cm}^2$  y el área de la región triangular AOD es  $16\text{cm}^2$ , entonces el área (en  $\text{cm}^2$ ) de la región triangular AED es:

A) 30      B) 60      C) 100  
D) 120      E) 112

79. Por el vértice B del triángulo equilátero ABC, se traza BF perpendicular a la bisectriz exterior del ángulo C. Si  $AF = \sqrt{7}u$ , entonces el área (en  $u^2$ ) de la región triangular ABC es:

A)  $\sqrt{3}$       B)  $2\sqrt{3}$       C)  $3\sqrt{3}$   
D) 4      E) 7

80. Los lados de un triángulo miden  $6u$ ,  $8u$  y  $10u$ . Halle el radio (en  $u$ ) de la circunferencia exinscrita relativa al lado menor.

A) 4      B) 5      C) 6  
D) 8      E) 9

81. Si las alturas de un romboide miden  $2\text{dm}$  y  $3\text{dm}$  y su perímetro es  $25\text{dm}$ , entonces el área de la región determinada por el romboide (en  $\text{dm}^2$ ) es:

A) 9      B) 12      C) 15  
D) 18      E) 20

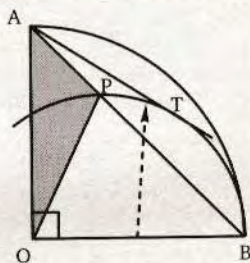
82. En un triángulo ABC, la circunferencia de diámetro  $\overline{BC}$  intercepta a  $\overline{AB}$  en N y al lado  $\overline{AC}$  en M. Si  $9AN = 4AC$  y el área de la región triangular ABC es  $81u^2$ , entonces el área (en  $u^2$ ) de la región cuadrangular NBCM es:

A) 60      B) 65      C) 66  
D) 68      E) 70

83. En un paralelogramo ABCD, se ubica el punto M en CD tal que  $3MD = 2MC$ . Luego, se ubica el punto medio N en BM. Entonces:  $\frac{\text{área}(\triangle BCM)}{\text{área}(\triangle AND)}$  es:

A)  $\frac{5}{6}$       B)  $\frac{6}{7}$       C)  $\frac{7}{8}$   
D)  $\frac{8}{9}$       E)  $\frac{9}{10}$

84. En la figura mostrada, T es un punto de tangencia y  $AT = a$ . Entonces, el área de la región triangular AOP es:

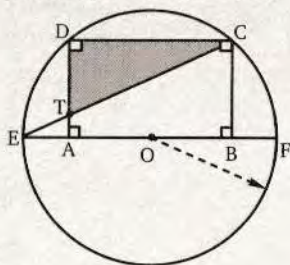


A)  $\frac{a^2}{2}$       B)  $\frac{a^2}{4}$       C)  $\frac{a^2}{6}$   
D)  $\frac{a^2}{8}$       E)  $\frac{a^2}{12}$

85. En un triángulo ABC,  $3(AB) = 2(BC)$ ; se traza la bisectriz interior BD y se ubican los baricentros  $G_1$  y  $G_2$  de los triángulos ABD y BDC respectivamente. Entonces, la razón de áreas de las regiones triangulares  $AG_1B$  y  $BG_2C$  es:

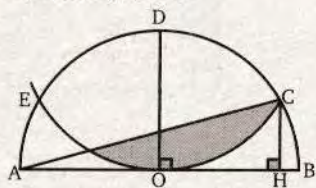
A)  $\frac{4}{9}$       B)  $\frac{2}{9}$       C)  $\frac{3}{4}$   
D)  $\frac{2}{3}$       E) 1

86. En la figura se tiene una circunferencia de radio 6u,  $BF = 2u$  y ABCD es un rectángulo. Entonces, el área de la región triangular TDC (en  $u^2$ ) es:



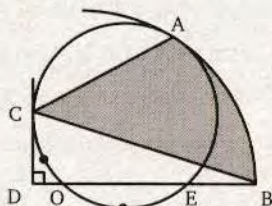
A)  $\frac{32\sqrt{5}}{5}$       B)  $\frac{16\sqrt{5}}{5}$       C)  $4\sqrt{5}$   
D)  $\frac{8\sqrt{5}}{3}$       E)  $2\sqrt{5}$

87. En la figura; O y D son centros,  $CH = 2\text{cm}$ . Halle el área de la región sombreada (en  $\text{cm}^2$ ).



A)  $4(\pi + 2)$       B)  $4(\pi + 1)$       C)  $4(\pi - 2)$   
D)  $4(\pi - 1)$       E)  $4\pi - 2$

88. En la figura, O es centro del arco  $\widehat{AB}$ , A y C son puntos de tangencia. Si  $OB = 6\text{ m}$ , halle el área de la región sombreada.

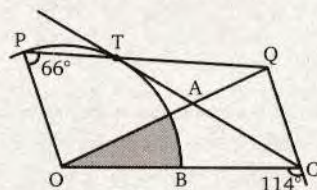


A)  $4\pi\text{m}^2$       B)  $6\pi\text{m}^2$       C)  $8\pi\text{m}^2$   
D)  $3\pi\text{m}^2$       E)  $2\pi\text{m}^2$

89. En un trapecio ABCD, de bases  $\overline{AD}$  y  $\overline{BC}$ . Se ubican los puntos M y N puntos medios de  $\overline{AC}$  y  $\overline{BD}$  respectivamente. Entonces, la razón de las áreas de las regiones cuadrangulares ABCD y BMNC es:

A) 2      B) 3      C) 4  
D) 5      E) 6

90. En la figura T es punto de tangencia; O es centro y  $OB = R$ . Calcule el área de la región sombreada.



A)  $\frac{\pi}{6}R^2$       B)  $\frac{\pi}{9}R^2$       C)  $\frac{\pi}{12}R^2$   
D)  $\frac{\pi}{15}R^2$       E)  $\frac{\pi}{18}R^2$

91. En una semicircunferencia de diámetro  $\overline{AB}$  y centro  $O$ , se traza el radio  $\overline{OD}$  perpendicular a  $AB$ . Con centro en  $A$  y radio  $\overline{AD}$  se traza un arco que intercepta al diámetro  $\overline{AB}$  en  $C$ . Si:  $OA = OB = 6u$ , entonces el área (en  $u^2$ ) de la región limitada por  $\overline{BC}$  y por los arcos  $\widehat{BD}$  y  $\widehat{CD}$  es:

A) 9      B) 12      C) 14  
D) 16      E) 18

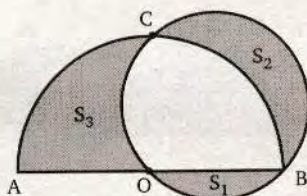
92. En un cuadrante  $AOB$ , se inscribe una circunferencia de radio  $R$  siendo los puntos de tangencia  $M$  en el arco  $\widehat{AB}$  y  $N$  en  $\overline{OA}$ . Si  $OA = OB = r$ , entonces el área del segmento circular  $MN$  es:

A)  $\frac{R^2(3\pi - \sqrt{2})}{3}$       B)  $\frac{R^2(3\pi - 2\sqrt{2})}{3}$   
C)  $\frac{R^2(3\pi - 2\sqrt{2})}{8}$   
D)  $\frac{R^2(3\pi - 2\sqrt{2})}{4}$       E)  $\frac{R^2(3\pi - 2\sqrt{2})}{9}$

93. En una circunferencia de diámetro  $\overline{AB}$  y de centro  $O$ , se trazan las cuerdas  $\overline{BC}$  y  $\overline{AD}$  las cuales se interceptan en el punto  $P$ . Si  $OA = OB = 2u$  y  $m\angle BPD = 45^\circ$ , entonces el área (en  $u^2$ ) del segmento circular  $\widehat{CD}$  es

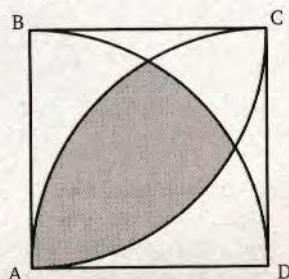
A)  $\pi - 2$       B)  $\pi - 3$       C)  $\frac{\pi - 2}{2}$   
D)  $\frac{\pi - 3}{2}$       E)  $\pi - \sqrt{3}$

94. En la figura  $O$  es el centro de la semicircunferencia. Si  $S_3 = S_1 + S_2$ , entonces la medida del arco  $\widehat{OB}$  es:



A) 60      B) 72      C) 75  
D) 90      E) 120

95. En la figura mostrada,  $ABCD$  es un cuadrado cuyo lado mide  $\ell$  unidades. Los arcos tienen centros en los vértices  $A$ ,  $B$  y  $D$  respectivamente y tienen por radio el lado del cuadrado. Entonces, el área (en  $u^2$ ) de la región sombreada es:

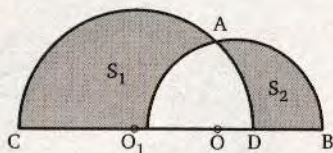


A)  $\frac{\ell^2}{12}(\pi - 1)$       B)  $\frac{\ell^2}{3}$   
C)  $\frac{\ell^2}{6}$   
D)  $\frac{\ell^2}{12}(5\pi - 6\sqrt{3})$       E)  $\frac{\ell^2}{6}(\pi - \sqrt{2})$

96. En la figura  $O$  y  $O_1$  son centros;

$$m\widehat{AB} = 90^\circ \text{ y } OO_1 = 2\text{cm.}$$

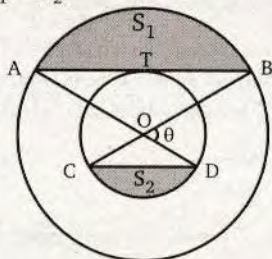
Calcule (en  $\text{cm}^2$ )  $S_1 - S_2$



- A)  $\pi$       B)  $2\pi$       C)  $3\pi$   
D)  $8\pi$       E)  $6\pi$

97. En la figura mostrada, las circunferencias son concéntricas en  $O$  y  $T$  es punto de tangencia, calcule  $\theta$  si:

$$S_1 = 4S_2.$$



- A) 30      B) 40      C) 45  
D) 60      E) 75

98. En una corona circular se traza la cuerda  $\overline{AD}$  de la circunferencia mayor que intercepta a la circunferencia menor en los puntos  $B$  y  $C$ .

Si  $(AD)^2 - (BC)^2 = 4u^2$ , entonces el área (en  $u^2$ ) de la corona circular es:

- A)  $\frac{\pi}{2}$       B)  $\pi$       C)  $2\pi$   
D)  $4\pi$       E)  $5\pi$

99. En un triángulo equilátero  $ABC$ , con centro en  $A$  y radio  $\overline{AB}$  se traza el arco  $\widehat{BC}$ . Considerando como diámetro el lado  $\overline{AC}$ , se dibuja una semicircunferencia que intercepta a los lados  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  en los puntos  $P$  y  $M$  respectivamente. Si  $AB = 4u$ , entonces la suma

de las áreas (en  $u^2$ ) del segmento circular  $\widehat{AP}$  y de la región limitada por  $\overline{BM}$  y los arcos  $\widehat{MC}$  y  $\widehat{BC}$  es:

- A)  $\frac{4(2\pi - 3\sqrt{3})}{3}$       B)  $\frac{2(2\pi - 3\sqrt{3})}{3}$   
C)  $\frac{3(2\pi - 3\sqrt{3})}{4}$   
D)  $\frac{4(2\pi - \sqrt{3})}{3}$       E)  $\frac{(2\pi - 3\sqrt{3})}{3}$

100. En una semicircunferencia de diámetro  $\overline{AB}$ , se ubica el punto  $H$  en  $\overline{AB}$ . El punto  $C$  pertenece a la semicircunferencia, tal que  $\overline{CH} \perp \overline{AB}$ . Considerando como diámetros  $\overline{AH}$  y  $\overline{HB}$  se dibujan semicircunferencias interiores a la semicircunferencia de diámetro  $\overline{AB}$ . Si  $CH = \ell$ , entonces el área de la región limitada por las semicircunferencias es:

- A)  $\frac{\pi\ell^2}{2}$       B)  $\frac{\pi\ell^2}{3}$       C)  $\frac{\pi\ell^2}{4}$   
D)  $\frac{\pi\ell^2}{5}$       E)  $\frac{\pi\ell^2}{6}$

# RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

## Resolución 1:

Piden :  $S = ?$

$\triangle ABC$  (Conocido) :

$$BH = 12$$

$$\overline{DP} \parallel \overline{BH}$$

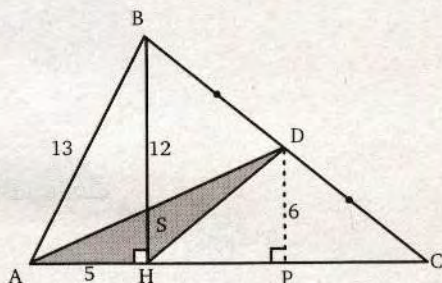
$$\Rightarrow DP = \frac{12}{2} = 6$$

Luego:

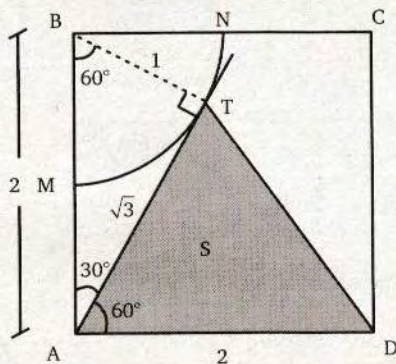
$$S = \frac{1}{2}(5)(6)$$

$$\therefore S = 15u^2$$

Rpta.: C



## Resolución 2:



Piden :  $A_{\triangle ATD} = S = ?$

Trazamos  $\overline{BT}$ , Luego  $\triangle BTA$  es Notable de  $(30^\circ \text{ y } 60^\circ)$

Finalmente :

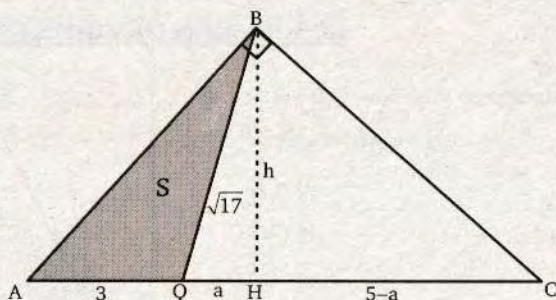
$$S = \frac{\sqrt{3} \cdot 2}{2} \cdot \text{Sen} 60^\circ$$

$$S = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore S = \frac{3}{2}$$

Rpta.: D

**Resolución 3:**



Piden : S

Por Relación Métrica :  $h^2 = (3+a)(5-a)$

Por el Teorema de Pitágoras :

$$(\sqrt{17})^2 - a^2 = (3+a)(5-a)$$

$$17 - a^2 = 15 + 2a - a^2 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow h^2 = (4)(4) \Rightarrow h = 4$$

Luego :

$$S = \frac{1}{2}(3)(4)$$

$$\therefore S = 6u^2$$

**Rpta.: B**

**Resolución 4:**

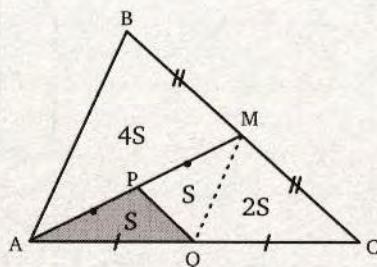
Piden :  $\frac{A_{\triangle APQ}}{A_{\triangle ABC}} = ?$

Trazamos  $\overline{QM}$ , luego:

$$A_{\triangle APQ} = A_{\triangle PQM} = S \text{ (Propiedad)}$$

También :

$$A_{\triangle AMQ} = A_{\triangle MQC} = 2S \text{ (Propiedad)}$$



Finalmente :

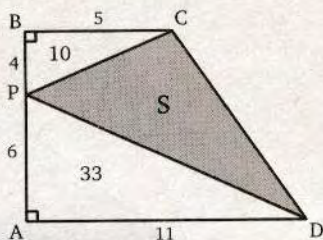
$$A_{\triangle AMB} = A_{\triangle AMC} = 4S$$

Piden :

$$\therefore \frac{A_{\triangle APQ}}{A_{\triangle ABC}} = \frac{S}{8S} = \frac{1}{8}$$

**Rpta.: A**

**Resolución 5:**



Piden :  $S$

Calculamos las áreas de las regiones triangulares BCP y APD

Luego por el Teorema del área para una región trapezoidal :

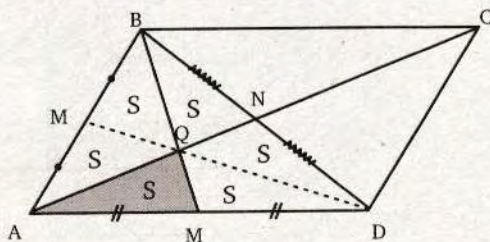
$$S + 10 + 33 = \left( \frac{11 + 5}{2} \right) (10)$$

$$S + 43 = 80$$

$$\therefore S = 37 \text{ u}^2$$

**Rpta.: D**

**Resolución 6:**



Piden :  $A_{\triangle AQM} = S$

Trazamos  $\overline{BD}$ , luego :  $\overline{BN} \cong \overline{ND}$  (Propiedad)

Trazamos  $\overline{DM}$ , luego :  $\overline{AM} \cong \overline{MB}$  (Q es baricentro del  $\triangle ABD$ )

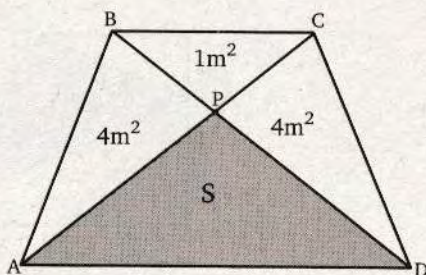
Del gráfico, se observa :

$$6S = 12$$

$$\therefore S = 2$$

**Rpta.: B**

## Resolución 7:



Piden S

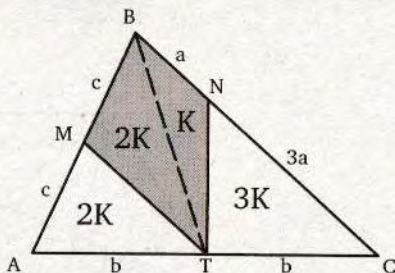
Teorema :  $S_{CPD} = S_{BPA} = 4$

Teorema :  $(S)(1) = (4)(4)$

$$\therefore S = 16m^2$$

Rpta.: D

## Resolución 8:



Piden:  $A_{\triangle MNTB} = ?$ ;  $A_{\triangle MBNT} = 24$  (dato)

Trazamos  $\overline{BT}$ , luego:  $\frac{A_{\triangle BNT}}{a} = \frac{A_{\triangle BNC}}{3a} = K$  (Propiedad)

$$\rightarrow A_{\triangle BNT} = K \wedge A_{\triangle BNC} = 3K$$

Luego :  $A_{\triangle ABT} = A_{\triangle BTC} = 4K$  (Propiedad)

Pero:  $A_{\triangle BMT} = A_{\triangle MTA} = 2K$

Entonces :  $8K = 40 \rightarrow K = 5$

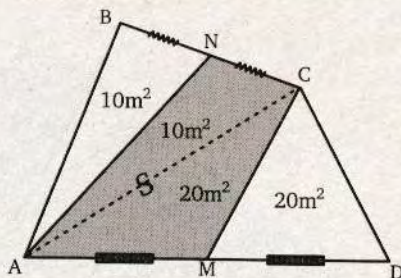
Finalmente :  $A_{\triangle MBNT} = 5K = 5(5)$

$$A_{\triangle MBNT} = 15$$

Rpta.: C



## Resolución 11:



Piden : S

Por relación entre áreas

$$S_{ABN} = S_{ACN} = 10\text{m}^2 \text{ y}$$

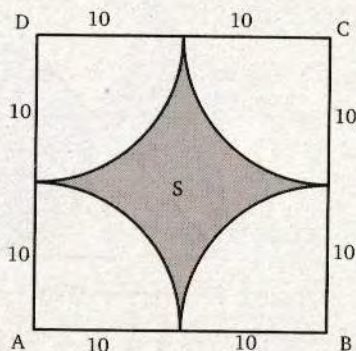
$$S_{ACM} = S_{MCD} = 20\text{m}^2$$

$$\Rightarrow S = 10 + 20$$

$$\therefore S = 30\text{m}^2$$

Rpta.: B

## Resolución 12:



Piden : S = ?

\* Se observa el radio de los cuadrantes es 10

\* Luego :  $S = A_{\square} - 4(A_{\text{D}})$ 

$$S = 20^2 - 4\left(\frac{\pi \cdot 10^2}{4}\right)$$

$$\therefore S = 100(4 - \pi)$$

Rpta.: B

**Resolución 13:** Piden:  $A_{(I)} + A_{(II)} = ?$ ; dato  $A_{(O)} = 9\pi$

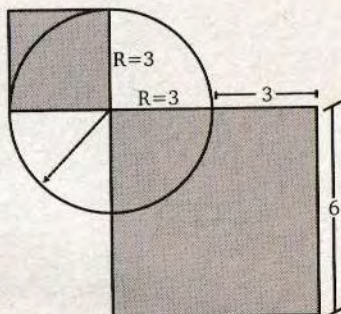
Del dato:  $A_{(O)} = \pi R^2 = 9\pi$

$\rightarrow R = 3$

Entonces:  $A_{(I)} = 3^2 = 9$

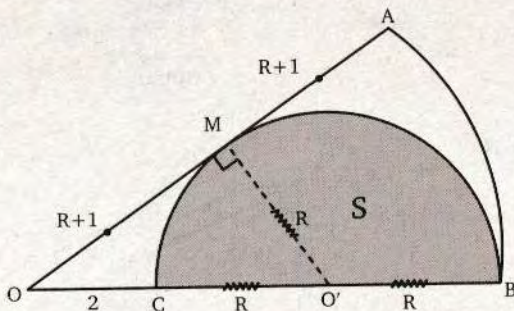
$A_{(II)} = 6^2 = 36$

$\therefore A_{(I)} + A_{(II)} = 45$



**Rpta.: A**

**Resolución 14:**



Piden : S

$OM = \frac{OB}{2} = \frac{2 + R + R}{2} = R + 1$

$\triangle OMO'$  (Teorema de Pitágoras)

$(R+2)^2 = (R+1)^2 + R^2$

$(R+2)^2 - (R+1)^2 = R^2$

$2R + 3 = R^2 \Rightarrow R = 3$

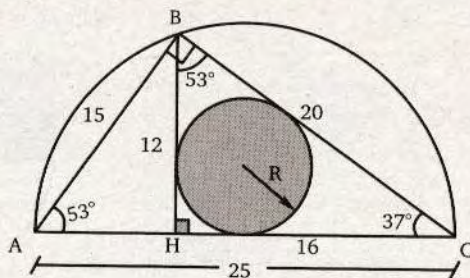
Luego :

$S = \frac{1}{2}(\pi)(3)^2$

$\therefore S = \frac{9\pi}{2} m^2$

**Rpta.: D**

## Resolución 15:



Piden :  $A_{\odot} = ?$

Se observa :  $\triangle ABC$  (Notable  $37^\circ$  y  $53^\circ$ )

También :  $\triangle BHC$  (Notable  $37^\circ$  y  $53^\circ$ )

$$\rightarrow BH = 12 \wedge HC = 16$$

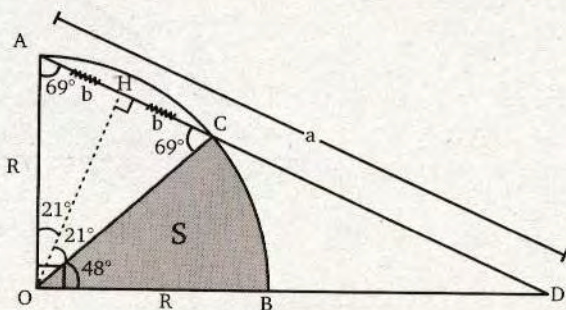
En  $\triangle BHC$  :  $12 + 16 = 20 + 2R$  (T. de Poncelet)

$$R = 4$$

Finalmente:  $\therefore A_{\odot} = \pi 4^2 = 16\pi$

**Rpta.: C**

## Resolución 16:



Piden : S

Dato :  $AD \cdot AC = 30 \Rightarrow (a)(2b) = 30$

$$ab = 15$$

$\triangle AOD$  (Relación Métrica)

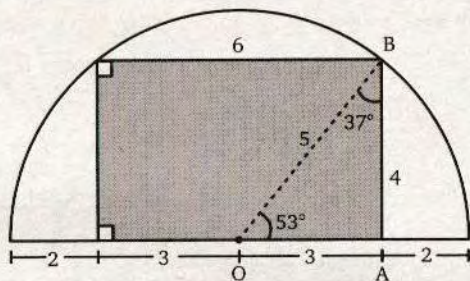
$$R^2 = ab \Rightarrow R^2 = 15$$

Luego :  $S = \frac{\pi R^2 (48)}{360} \Rightarrow S = \frac{\pi (15) (48)}{360}$

$$\therefore S = 2\pi m^2$$

**Rpta.: B**

Resolución 17:



Piden :  $S_{\square}$

$\triangle OBA$  (Notable de  $37^\circ$  y  $53^\circ$ ) :

$$\Rightarrow AB = 4$$

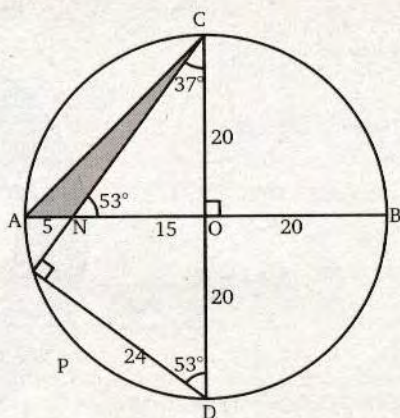
$$S_{\square} = (6)(4)$$

$$\therefore S_{\square} = 24u^2$$

Luego

**Rpta.: C**

Resolución 18:



Piden :  $A_{\triangle ACN} = ?$

Se observa :  $\triangle CPD$  : Notable ( $37^\circ$  y  $53^\circ$ )

También :  $\triangle CON$  : Notable ( $37^\circ$  y  $53^\circ$ )

$$\rightarrow NO = 15 \wedge AN = 5$$

Finalmente :

$$A_{\triangle ACN} = \frac{5 \times 20}{2}$$

$$\therefore A_{\triangle ACN} = 50$$

**Rpta.: D**

**Resolución 19:** Piden : S

$\overline{EC}$  es diámetro y  $m\widehat{ED} = 120^\circ$

$$\Rightarrow m\widehat{DC} = 60^\circ$$

Por ángulo inscrito:

$$m\angle DAC = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

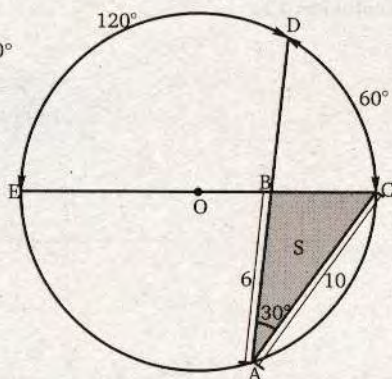
Luego :

$$S = \frac{1}{2}(6)(10)\sin 30^\circ$$

$$\rightarrow S = 30\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\therefore S = 15u^2$$

**Rpta.: E**



**Resolución 20:** Piden : S

Trazamos  $\overline{OM} \perp \overline{AB}$

$$\Rightarrow AM = MB = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow MC = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}$$

$\triangle COB$  (Teorema de las Proyecciones)

$$R^2 - r^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

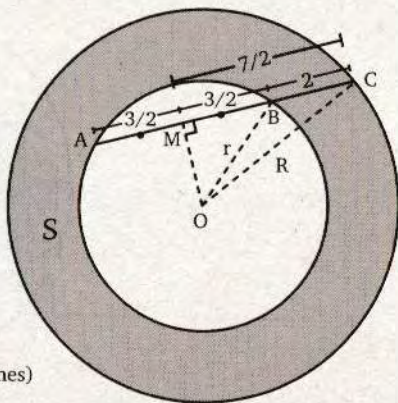
$$R^2 - r^2 = \frac{49}{4} - \frac{9}{4} = \frac{40}{4} = 10$$

Luego :

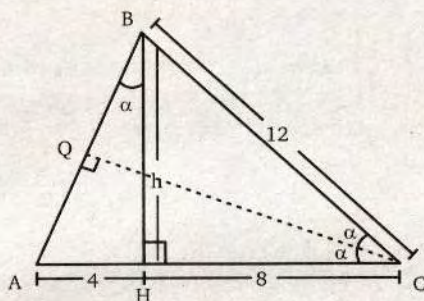
$$S = (R^2 - r^2)\pi$$

$$\therefore S = 10\pi m^2$$

**Rpta.: B**



Resolución 21:



Piden  $S_{\triangle ABC} = S$

Trazamos la altura  $\overline{CQ}$

$$\Rightarrow m\angle ACQ = m\angle ABH = \alpha$$

$$\Rightarrow m\angle QCB = \alpha$$

$$\Rightarrow \overline{CQ} \text{ es bisectriz y altura}$$

En consecuencia el  $\triangle ABC$  es Isósceles :

$$AC = CB = 12$$

$\triangle HBC$  (Teorema de Pitágoras)

$$h^2 = 12^2 - 8^2 \Rightarrow h = 4\sqrt{5}$$

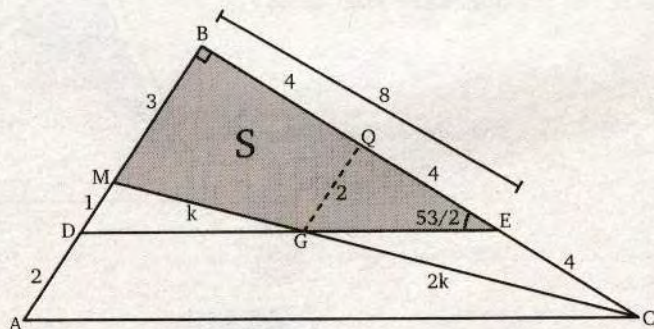
Luego:

$$S = \frac{12 \times 4\sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore S = 24\sqrt{5} \text{ m}^2$$

**Rpta.: A**

Resolución 22:



Piden:  $S = ?$

Del dato:  $MB = MA \rightarrow DM = 1$

\* Luego:  $\overline{DG} \parallel \overline{AC}$ , ya que

$$\frac{DM}{AD} = \frac{1}{2} = \frac{K}{2K} \quad (\text{Teorema de Tales})$$

\* También:  $\frac{BE}{EC} = \frac{4}{2} \rightarrow EC = 4 \quad (\text{T. de Tales})$

\* Además:  $\triangle DBE$ : Notable de  $\left(\frac{53^\circ}{2} \text{ y } \frac{127^\circ}{2}\right)$

$\rightarrow$  Trazamos  $\overline{GQ} \parallel \overline{MB}$

Luego:  $\frac{BQ}{QC} = \frac{K}{2K} \quad (\text{T. de Tales})$

$\rightarrow BQ = 4 \wedge QC = 8$

Finalmente:  $S = S_{MBC} - S_{GEC}$

$$S = \frac{3 \times 12}{2} - \frac{4 \times 2}{2}$$

$$\therefore S = 14$$

**Rpta.: B**

**Resolución 23:** Piden:  $S_{PBQ} = S$

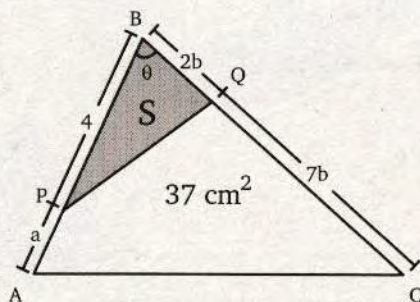
Por Relación entre Áreas:

$$\frac{S}{S + 37} = \frac{(4a)(2b)}{(5a)(9b)} = \frac{8}{45}$$

Propiedad de Proporciones:

$$\frac{S}{37} = \frac{8}{37}$$

$$\therefore S = 8 \text{ cm}^2$$



**Rpta.: D**

**Resolución 24:** Piden:  $R = ?$  ;

Dato:  $A_{\text{SOMBREADA}} = 64\pi$

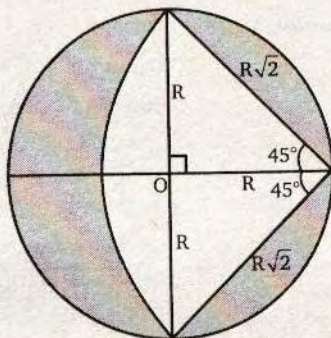
Se observa:

$$A_{\text{SOMBREADA}} = A_{\odot} - A_{\odot}$$

$$64\pi = \pi R^2 - \frac{\pi(R\sqrt{2})^2}{4}$$

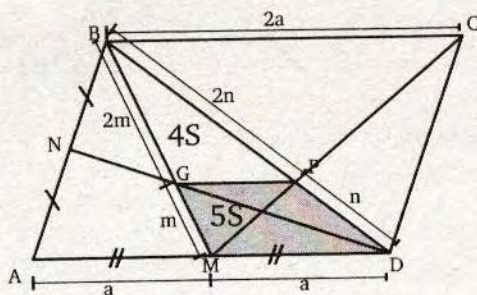
$$\Rightarrow 64 = R^2 - \frac{R^2}{2}$$

$$\therefore R = 8\sqrt{2}$$



**Rpta.: D**

**Resolución 25:**



Piden  $S_{\text{MGPD}}$

Dato:  $S_{\text{ABCD}} = 120\text{cm}^2$ ; G es Baricentro del  $\triangle ABD$

$$\Rightarrow BG = 2(GM) = 2m$$

$$\Rightarrow \frac{BP}{PD} = \frac{2a}{a}$$

$$\Rightarrow BP = 2(PD) = 2n$$

En consecuencia:  $\triangle BGP \sim \triangle BMD$

$$\Rightarrow \frac{S_{\text{BGP}}}{S_{\text{BMD}}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow \begin{cases} S_{\text{BGP}} = 4S \\ S_{\text{MGPD}} = 5S \end{cases}$$

$$\Rightarrow 9S = \frac{1}{4}(120) \rightarrow S = \frac{10}{3}$$

$$\therefore 5S = \frac{50}{3}\text{cm}^2$$

**Rpta.: C**

**Resolución 26:** Piden: S

$$\text{Dato } S_{ABC} = 48\text{m}^2 \text{ y } \overline{AM} // \overline{PQ}$$

Teorema de Thales en el Triángulo

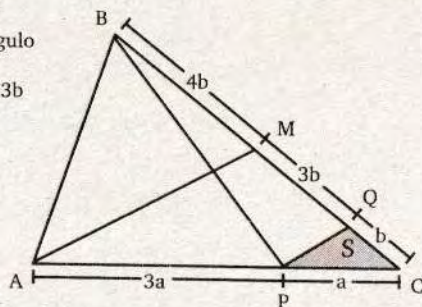
$$\frac{M}{Q} = \frac{3a}{a} \Rightarrow MQ = 3(QC) = 3b$$

$$\Rightarrow BM = 4b$$

Relación entre áreas:

$$\frac{S}{S_{ABC}} = \frac{(a)(b)}{(4a)(8b)}$$

$$\frac{S}{48} = \frac{1}{32}$$



$$\therefore S = \frac{3}{2}\text{m}^2$$

**Rpta.: E****Resolución 27:** Piden :  $S_{APQ}$ 

$$\text{Dato : } 2(AB) = 5(RB)$$

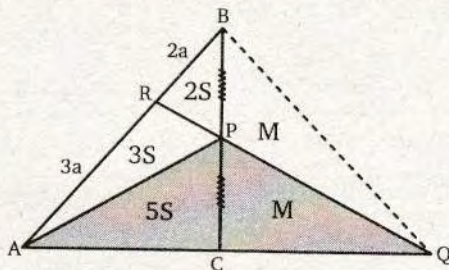
$$\Rightarrow \frac{AB}{RB} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{AR}{RB} = \frac{3}{2}$$

 $\Rightarrow$  Por Relación de Áreas :

$$S_{APR} = 3S$$

$$S_{RPB} = 2S$$

$$S_{APC} = 5S$$



También :

$$\frac{5S + M}{M} = \frac{3}{2} \Rightarrow M = 10S$$

Por el dato :

$$S_{ABC} = 60$$

$$10S = 60$$

$$\Rightarrow S = 6$$

Luego :

$$S_{APQ} = 5S + M = 5S + 10S = 15S = 15(6)$$

$$\therefore S_{APQ} = 90\text{m}^2$$

**Rpta.: E**

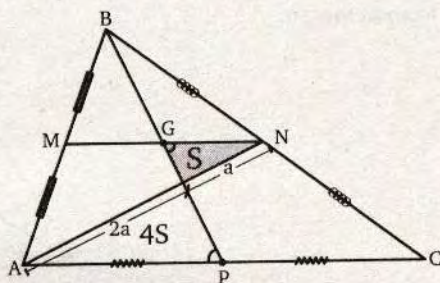
**Resolución 28:** Piden:  $S$ ;  $\overline{MN} \parallel \overline{AC}$

$G$  es baricentro

$$\Rightarrow AG = 2(GN)$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AGP}}{S} = \frac{(2a)^2}{a^2}$$

$$\Rightarrow S_{AGP} = 4S$$



Teorema:

$$4S = \frac{S_{\text{total}}}{6}$$

$$4S = \frac{96}{6}$$

$$\therefore S = 4\text{cm}^2$$

**Rpta.: B**

**Resolución 29:** Piden:  $x = ?$

\* Prolongamos  $\overline{AB}$  y  $\overline{DC}$  tal que:

$$\{T\} = \overline{AB} \cap \overline{DC}$$

Luego; Por semejanza de triángulos:

$$\frac{M+S}{M} = \frac{x^2}{6^2} \dots (I)$$

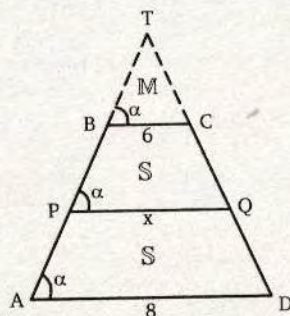
$$\frac{M+2S}{M} = \frac{8^2}{6^2} \dots (II)$$

De (I) y (II) se obtiene:

$$1 = \frac{2x^2 - 64}{36}$$

$$\rightarrow x^2 = 50$$

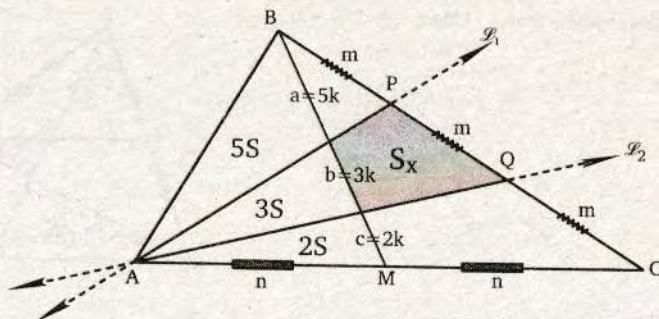
$$\therefore x = 5\sqrt{2}$$



**Rpta.: B**

## BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 07

## Resolución 30:

Piden :  $S_x$ Dato :  $S_{ABC} = 300\text{cm}^2$ Por el Teorema de Menelao en el  $\triangle CBM$ 

$$\text{con } \mathcal{L}_1 : (\angle m')(a)(p') = (m')(b+c)(\angle n')$$

$$a = b + c \quad \dots\dots(I)$$

$$\text{con } \mathcal{L}_2 : (m')(a+b)(n') = (2m')(c)(2p')$$

$$a + b = 4c \quad \dots\dots(II)$$

$$\text{De (I) y (II) : } 2b = 3c \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{3}{2}$$

$$\text{Luego : } 10S = \frac{300}{2} \Rightarrow S = 15$$

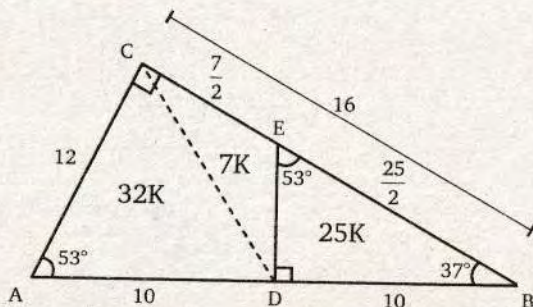
$$\Rightarrow S_x + 3S = \frac{300}{3}$$

$$S_x + 45 = 100$$

$$\therefore S_x = 55\text{cm}^2$$

Rpta.: D

## Resolución 31:



Piden :  $S_{ADEC} = ?$

\* Se observa :  $\triangle ACB$  : Notable ( $37^\circ$  y  $53^\circ$ )

$\triangle EDB$  : Notable ( $37^\circ$  y  $53^\circ$ )

\* Trazamos la mediana  $\overline{CD}$ , luego  $S_{CED} = 7K \wedge S_{EDB} = 25K$

\* Luego :  $EB = \frac{25}{2} \wedge CE = \frac{7}{2}$

También:  $S_{ACD} = S_{CDB} = 32K$

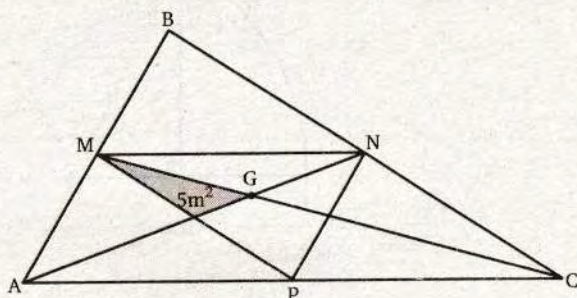
Luego :  $64K = \frac{12 \times 16}{2} \rightarrow K = \frac{3}{2}$

Finalmente:  $S_{ADEC} = 49K \rightarrow S_{ADEC} = 49\left(\frac{3}{2}\right)$

$\therefore S_{ADEC} = 58,5$

**Rpta.: B**

### Resolución 32:



Piden :  $S_{ABC}$



**RECORDAR**

El Baricentro de un triángulo es baricentro de su triángulo mediano

$\Rightarrow$  Por Relación entre Áreas :

$$S_{MNP} = 6(5) = 30$$

Luego :  $S_{MNP} = 4(30)$

$$\therefore S_{MNP} = 120m^2$$

**Rpta.: B**

**Resolución 33:** Piden :  $A_O = ?$

\* En  $\triangle ABC$  (Relaciones Métricas)

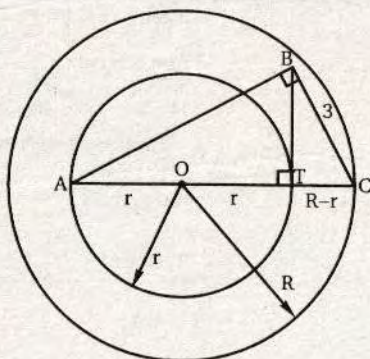
$$3^2 = (R - r)(R + r)$$

$$9 = R^2 - r^2$$

\* Por fórmula :

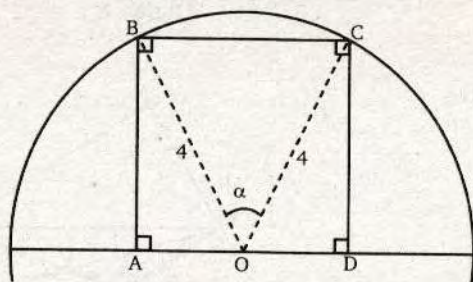
$$A_O = \pi(R^2 - r^2)$$

$$A_O = 9\pi$$



**Rpta.: C**

**Resolución 34:**



Piden :  $S_{ABCD_{\max}} = ?$

\* Trazamos  $\overline{OB}$  y  $\overline{OC}$ , luego :

$$S_{BOC} = \frac{S_{ABCD}}{2} \text{ (Propiedad)}$$

\* Ahora maximizamos el área del  $\triangle BOC$

$$\rightarrow S_{BOC} = \frac{4 \times 4}{2} \sin \alpha$$

Si  $\alpha = 90^\circ$

$$\rightarrow S_{BOC_{\max}} = 8$$

$$\therefore S_{ABCD_{\max}} = 16$$

**Rpta.: B**

**Resolución 35:** Piden :  $S = ?$

\* Trazamos  $\overline{PD}$ , luego :

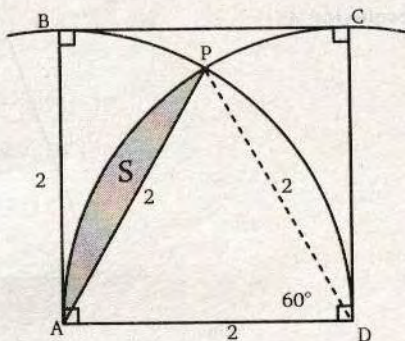
$\triangle APD$  : Equilátero de lado 2

\* Piden :

$$S = S_{\text{sector}} - S_{\triangle}$$

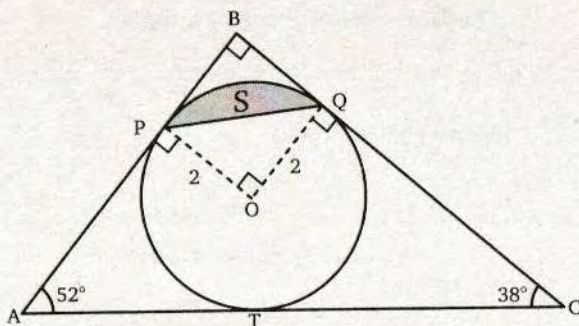
$$S = \frac{\pi \cdot 2^2 \times 60^\circ}{360^\circ} - \frac{2^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$\therefore S = \frac{1}{3}(2\pi - 3\sqrt{3})$$



**Rpta.: A**

**Resolución 36:**



Piden :  $S = ?$

\* Completando ángulos:

$$m\angle B = 90^\circ$$

\* Luego se observa:  $OTBP$  : cuadrado de lado 2

\* Luego :

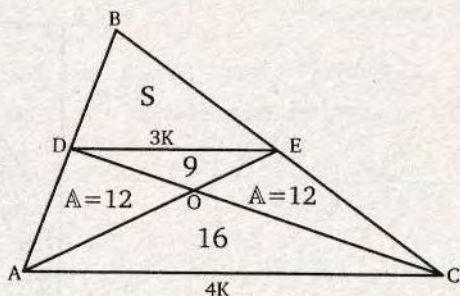
$$S_{\text{sector}} - S_{\triangle}$$

$$S = \frac{\pi(2)^2}{4} - \frac{2 \times 2}{2}$$

$$\therefore S = \pi - 2$$

**Rpta.: D**

**Resolución 37:**



Piden :  $S_{ABC} = ?$

\* En el trapecio ADEC, se cumple

$$A^2 = 9 \times 16 \text{ (Propiedad)}$$

$$\rightarrow A = 12$$

\* También, se observa :  $\triangle DEO \sim \triangle AOC$

$$\left(\frac{DE}{AC}\right)^2 = \frac{9}{16} \rightarrow \frac{DE}{AC} = \frac{3K}{4K}$$

Además :  $\triangle DBE \sim \triangle ABC$

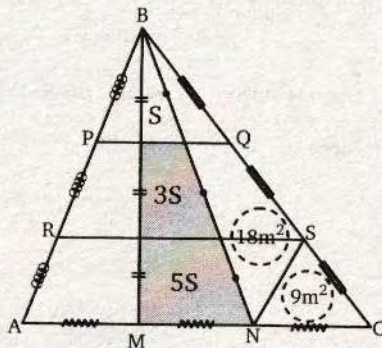
$$\frac{S}{S+49} = \left(\frac{3K}{4K}\right)^2 \rightarrow S = 63$$

$$S_{ABC} = 63 + 49$$

$$\therefore S_{ABC} = 112$$

**Rpta.: A**

**Resolución 38:**



Piden : Área de la región sombreada :  $S_x$

Por Relación entre Áreas :

$$S_{BNS} = 2(9) = 18$$

$$\Rightarrow \text{En el } \triangle MBN : S + 3S + 5S = 27 \rightarrow 9S = 27$$

$$S = 3$$

$$\text{Luego: } S_x = 8S$$

$$\therefore S_x = 24m^2$$

**Rpta.: D**

**Resolución 39:** Piden  $S_{ABC}$

Por el Teorema de Apolonio:

$$27^2 + 29^2 = 2(26)^2 + \frac{a^2}{2}$$

$$\Rightarrow (27^2 - 26^2) + (29^2 - 26^2) = \frac{a^2}{2}$$

$$53 + (55)(3) = \frac{a^2}{2}$$

$$\rightarrow 436 = a^2$$

Por el Teorema de las Proyecciones

$$29^2 - a^2 = m^2 - n^2$$

$$841 - 436 = (m+n)(m-n)$$

$$405 = 27(m-n)$$

$$\Rightarrow m - n = 15$$

$$\text{pero: } m + n = 27$$

$$\Rightarrow m = 21$$

El  $\triangle ACD$  : Es conocido de lados 20; 21 y 29

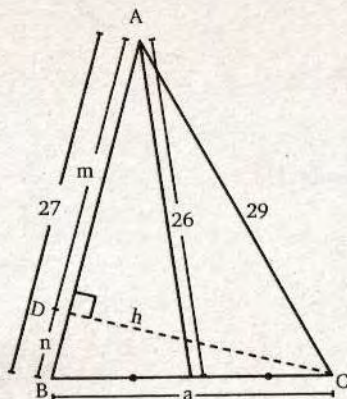
$$\Rightarrow h = 20$$

Luego :

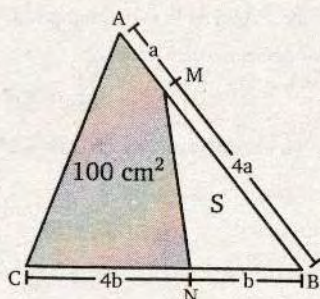
$$S_{ABC} = \frac{27 \times 20}{2}$$

$$\therefore S_{ABC} = 270cm^2$$

**Rpta.: B**



## Resolución 40:



Piden : S

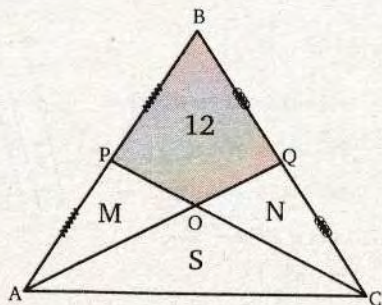
Por Relación entre Áreas :

$$\frac{S}{S+100} = \frac{(4a)(b)}{(5a)(5b)} \rightarrow 25S = 4S + 400$$

$$\therefore S = \frac{400}{21} \text{ cm}^2$$

Rpta.: D

## Resolución 41:



Piden S

Por Relación entre Áreas :

$$S + M = N + 12$$

$$S + N = M + 12$$

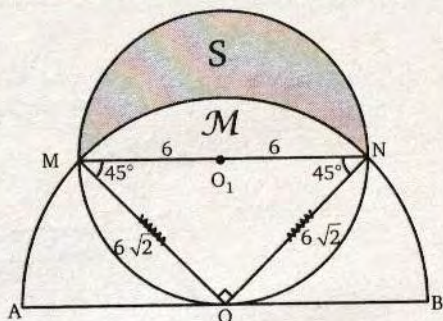
Sumando :

$$2S = 24$$

$$\therefore S = 12 \text{ m}^2$$

Rpta.: C

Resolución 42:



Piden: S

$$\mathcal{M} = \frac{1}{4}\pi(6\sqrt{2})^2 - \frac{1}{2}(6\sqrt{2})(6\sqrt{2}) \Rightarrow \mathcal{M} = 18\pi - 36$$

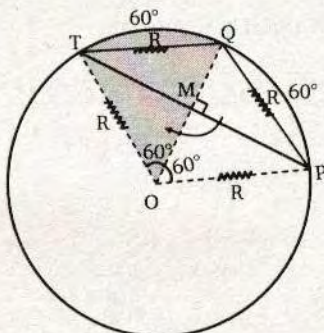
También:

$$S + \mathcal{M} = \frac{1}{2}\pi(6)^2 \Rightarrow S + 18\pi - 36 = 18\pi$$

$$\therefore S = 36\text{cm}^2$$

Rpta.: C

Resolución 43:



Piden:  $QT = R$ ; Dato:  $S = 96\pi\text{cm}^2$

Como  $PQ = QT \Rightarrow m\widehat{TQ} = m\widehat{QP}$

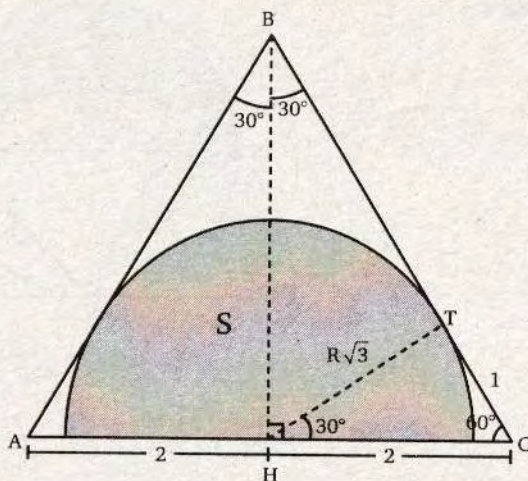
$\triangle MQP \cong \triangle MOT \Rightarrow$  Sus regiones son equivalentes; de acuerdo a esto transformamos el problema, entonces

$$S = \frac{1}{6}\pi R^2 = 96\pi$$

$$\therefore R = 24$$

Rpta.: A

## Resolución 44:



Piden : S

 $\triangle ABC$  es equilátero $\triangle HCT$  (Notable de  $30^\circ$  y  $60^\circ$ )

$$HC = 2 \Rightarrow HT = \sqrt{3}$$

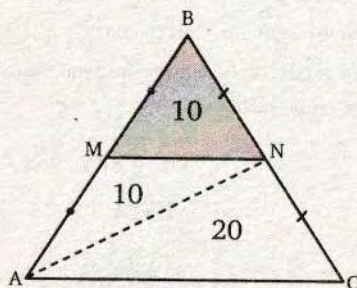
Luego :

$$S = \frac{1}{2} \pi (\sqrt{3})^2$$

$$\therefore S = \frac{3\pi}{2} \text{ cm}^2$$

Rpta.: A

## Resolución 45:



Piden :  $S_{ABC} = ?$

\* Trazamos  $\overline{AN}$ , luego  $S_{BNM} = S_{MNA} = 10$  (Propiedad)

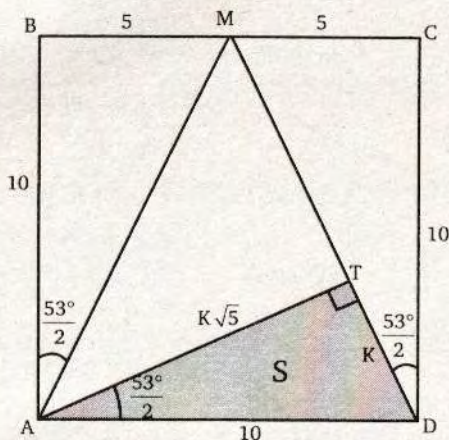
\* También :  $S_{ABN} = S_{ANC} = 20$

\* Finalmente :  $S_{ABC} = 10 + 10 + 20$

$$\therefore S_{ABC} = 40$$

**Rpta.: A**

**Resolución 46:**



Piden:  $S = ?$

Se observa :  $\triangle ABM$ ;  $\triangle MCD$ ;  $\triangle ATD$  (Notables  $53^\circ/2$  y  $127^\circ/2$ )

→ En  $\triangle ATD$  :  $AT = 2K$ ;  $TD = K$ ;  $AD = K\sqrt{5}$

Luego :  $K\sqrt{5} = 10$

$$\rightarrow K = 2\sqrt{5}$$

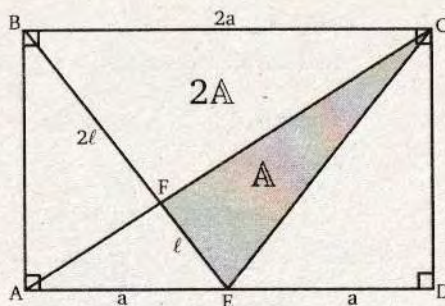
Finalmente :  $S = \frac{K(2K)}{2}$

$$\rightarrow S = K^2 = (2\sqrt{5})^2$$

$$\therefore S = 20$$

**Rpta.: A**

**Resolución 47:**



Piden :  $A = ?$  ; dato :  $S_{ABCD} = 24$

\* Del gráfico, se observa :  $\triangle BFC \sim \triangle AFE$

$$\rightarrow \frac{2a}{a} = \frac{BF}{FE} \quad \frac{2\ell}{1\ell} = \frac{BF}{FE}$$

\* Entonces :  $\frac{S_{ECF}}{\ell} = \frac{S_{FCB}}{2\ell} = A$  (Propiedad)

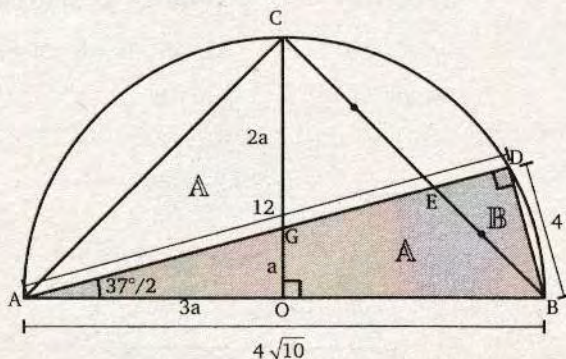
También :  $S_{BEC} = \frac{S_{ABCD}}{2}$  (Propiedad)

$$3A = \frac{24}{2}$$

$$\therefore A = 4$$

**Rpta.: C**

**Resolución 48:**



Piden :  $A + B = ?$

\* Se observa :  $S_{ACE} = S_{AEB} = A$  (Propiedad)

\* Luego, se observa :  $G$  : es baricentro del  $\triangle ACB$

$$\rightarrow \frac{OG}{a} = \frac{GC}{2a}$$

\* Se observa:  $\triangle AOG$  : Notable ( $37^\circ/2$  y  $143^\circ/2$ )

en  $\triangle ADB$  :  $DB = 4$

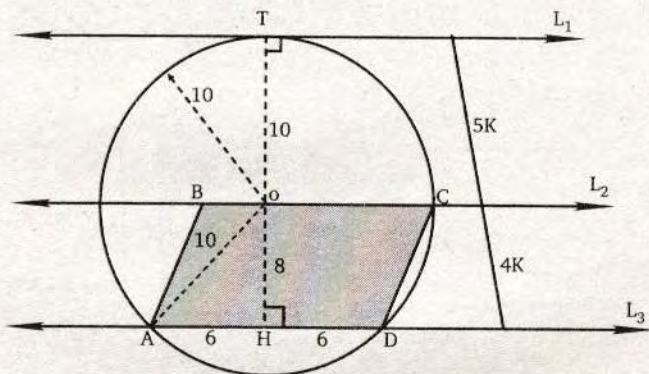
$AD = 12$

Finalmente:  $A + B = \frac{4 \times 12}{2}$

$$\therefore A + B = 24$$

**Rpta.: A**

**Resolución 49:**



Piden:  $S_{ABCD} = ?$

\* Trazamos  $\overline{OT} \perp L_1$  ;  $\overline{OH} \perp L_3$

Luego :  $\frac{10}{OH} = \frac{5K}{4K}$  (Teorema de Thales)

$$\rightarrow OH = 8$$

**BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 07**

Se observa :  $\triangle AHO$  (Notable  $37^\circ$  y  $53^\circ$ )

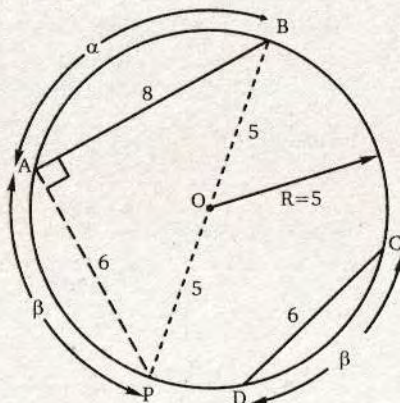
$$\rightarrow AH = 6$$

Pero:  $AH = HD = 6$  (Propiedad)

$$\text{Piden: } S_{ABCD} = 12 \times 8$$

$$\therefore S_{ABCD} = 96$$

**Rpta.: D**

**Resolución 50:**

Piden :  $A_\odot = ?$  ; dato :  $\alpha + \beta = 180^\circ$

\* Trazamos  $\overline{AP}$  tal que  $AP = DC = 6$

\* Luego se observa :  $m\widehat{AP} = m\widehat{DC} = \beta$

También :  $m\widehat{PAB} = 180^\circ$  ( $\alpha + \beta = 180^\circ$ )

Finalmente, en  $\triangle BAP$

$$BP^2 = 6^2 + 8^2 \rightarrow BP = 10$$

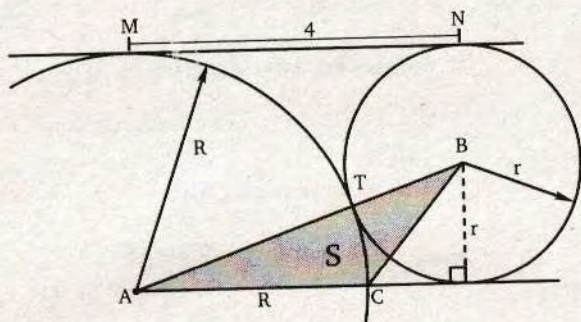
$\overline{BP}$  : diámetro  $\rightarrow R = 5$

$$\therefore A_\odot = \pi \cdot 5^2$$

$$A_\odot = 25\pi$$

**Rpta.: B**

Resolución 51:



Piden :  $S = ?$

\* Por Teorema se cumple :

$$4 = 2\sqrt{Rr} \rightarrow Rr = 4 \text{ (Relaciones Métricas)}$$

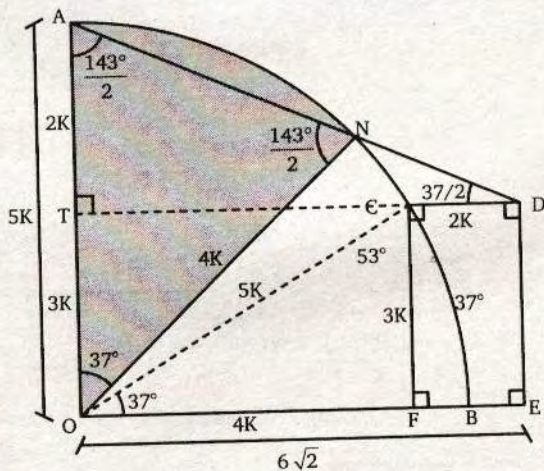
\* En lo que piden :  $S = \frac{R \cdot r}{2}$

$$\rightarrow S = \frac{4}{2}$$

$$\therefore S = 2$$

**Rpta.: B**

Resolución 52:



Piden :  $S_{\triangle AON} = ?$

\* Trazamos  $\overline{OC}$ , luego :  $\triangle OFC$  (Notable  $37^\circ$  y  $53^\circ$ )

$$\rightarrow CF = 3K \wedge OF = 4K$$

\* También, prolongamos  $\overline{CD}$  hasta T

$$\rightarrow \triangle ATD \text{ Notable } (37^\circ/2 \text{ y } 143^\circ/2)$$

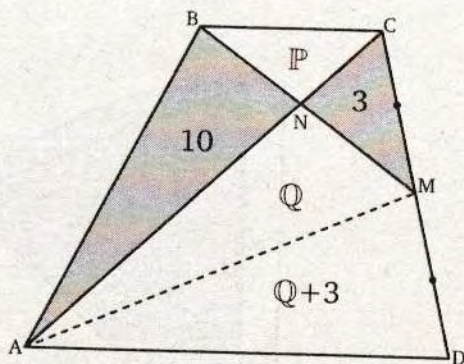
Además :  $\triangle AON$  : Isósceles  $\left(\frac{143^\circ}{2}, \frac{143^\circ}{2}, 37^\circ\right)$

Finalmente: 
$$S_{\triangle AON} = \frac{\pi(6\sqrt{2})^2 \times 37}{360}$$

$$\therefore S_{\triangle AON} = \frac{37\pi}{5}$$

**Rpta.: E**

### Resolución 53:



Piden :  $S_{ABCD} = ?$ ; Sea :  $S_{BCN} = P \wedge S_{ANM} = Q$

\* Trazamos  $\overline{AM}$ , luego :

$$* S_{ACM} = S_{AMD} = Q + 3 \text{ (Propiedad)}$$

\* También :  $S_{BMA} = \frac{S_{ABCD}}{2}$  (Propiedad)

$$10 + Q = P + 3 + Q + 3$$

$$\rightarrow P = 4$$

\* En  $\triangle ABCM$  :  $10 \times 3 = P \times Q$  (Propiedad)

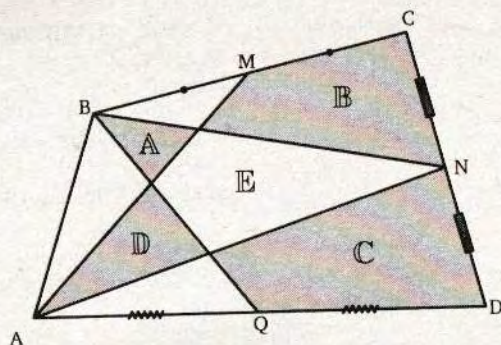
$$\rightarrow 15 = 2Q$$

\* Finalmente:  $S_{ABCD} = 16 + \underset{\substack{\downarrow \\ 4}}{P} + \underbrace{2Q}_{15}$

$$\therefore S_{ABCD} = 35$$

**Rpta.: C**

**Resolución 54:**



Piden : La relación entre A, B, C y D

Se observa :  $* S_{AMCN} = \frac{S_{ABCD}}{2} \dots (I) \text{ (Teorema)}$

$$* S_{BNDQ} = \frac{S_{ABCD}}{2} \dots (II) \text{ (Teorema)}$$

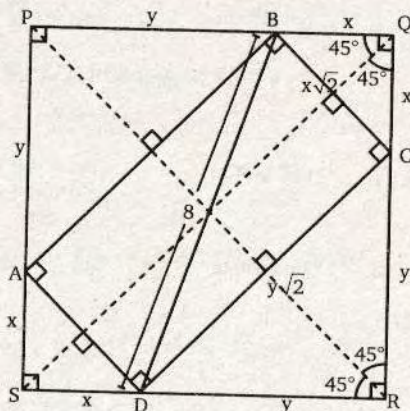
Luego : (I) = (II)  $S_{AMCN} = S_{BNDQ}$

$$D + E + B = A + E + C$$

$$\therefore D + B = A + C$$

**Rpta.: B**

## Resolución 55:



Piden :  $S_{ABCD} = ?$

\* Se observa :  $\triangle BQC$  y  $\triangle CRD$  : Notables ( $45^\circ$  y  $45^\circ$ )

\* En  $\triangle BCD$  : (T. de Pitágoras)

$$(x\sqrt{2})^2 + (y\sqrt{2})^2 = 8^2$$

$$\rightarrow x^2 + y^2 = 32 \dots (I)$$

\* También :  $x + y = 6 \dots (II)$

\* Elevando al cuadrado (II)

$$(x + y)^2 = 6^2$$

$$\rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 36$$

$$32 + 2xy = 36$$

$$\rightarrow xy = 2 \dots (III)$$

Finalmente:

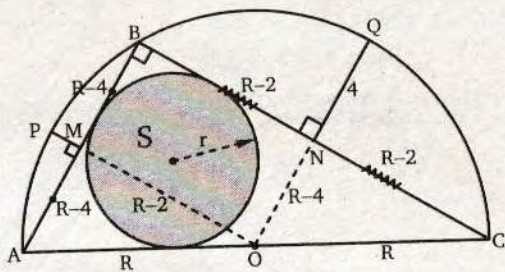
$$S_{ABCD} = (x\sqrt{2})(y\sqrt{2})$$

$$S_{ABCD} = 2xy$$

$$\therefore S_{ABCD} = 4$$

Rpta.: D

Resolución 56:



Piden :  $S = \pi r^2$

$\triangle AMO$  (Teorema de Pitágoras)

$$(R-4)^2 + (R-2)^2 = R^2$$

$$R^2 - 12R + 20 = 0 \dots (I)$$

$\triangle ABC$  (Teorema de Poncelet)

$$2(R-4) + 2(R-2) = 2R + 2r$$

$$R - 6 = r$$

$$\Rightarrow R^2 - 12R + 36 = r^2 \dots (II)$$

De (I) y (II) :

$$r^2 = 16$$

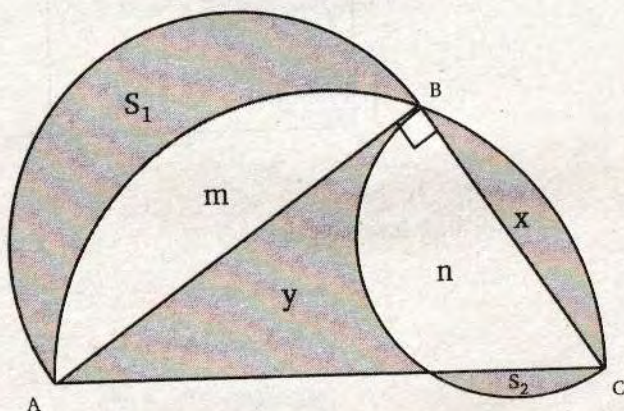
Luego :

$$S = \pi r^2$$

$$\therefore S = 16\pi m^2$$

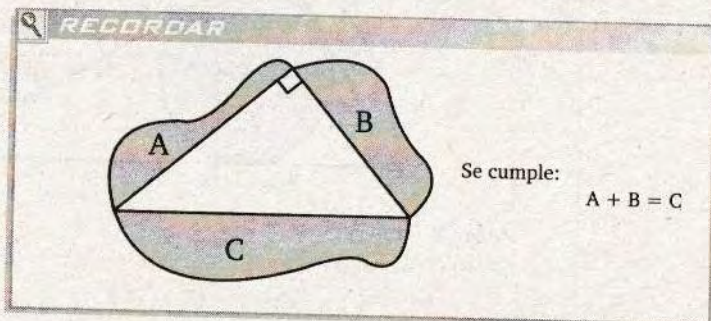
Rpta.: C

Resolución 57:



Piden :  $x + y$

Dato :  $S_1 + S_2 = \pi \text{ cm}^2$



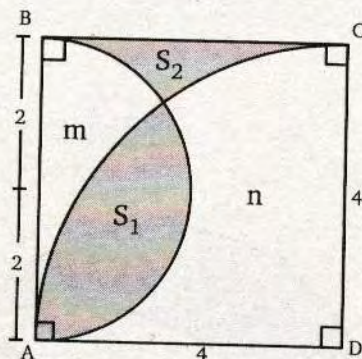
$$\Rightarrow S_1 + m' + n' + S_2 = x + y + m' + n'$$

$$S_1 + S_2 = x + y$$

$$\therefore x + y = \pi \text{ cm}^2$$

**Rpta.: A**

**Resolución 58:**



Piden :  $S_1 - S_2$

Por Áreas de regiones circulares

$$S_1 + m = \frac{1}{2} \pi (2)^2 = 2\pi$$

$$S_1 + n = \frac{1}{4} \pi (4)^2 = 4$$

---


$$S_1 + S_1 + m + n = 6\pi$$

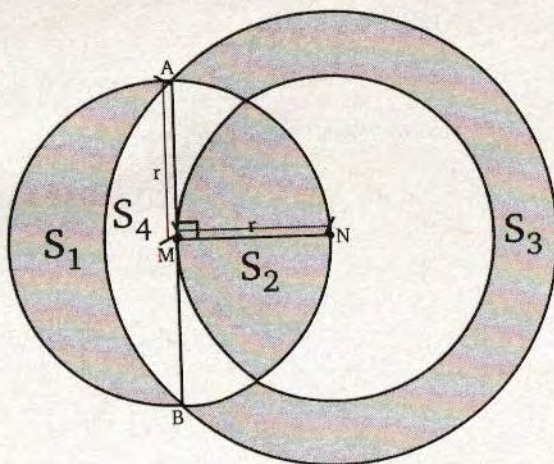
$$S_1 + \underbrace{S_1 + m + n + S_2}_{(4)^2} = 6\pi + S_2$$

$$\Rightarrow S_1 + 16 = 6\pi + S_2$$

$$\therefore S_1 - S_2 = 2(3\pi - 8)\text{cm}^2$$

**Rpta.: B**

**Resolución 59:**



Piden : Relación entre  $S_1$ ;  $S_2$  y  $S_3$

Calculando el Área del Círculo de diámetro  $\overline{AB}$  :

$$S_1 + S_2 + S_4 = \pi r^2 \dots (I)$$

Área de la corona circular

$$S_3 + S_4 = \pi r^2 \dots (II)$$

De (I) y (II) :

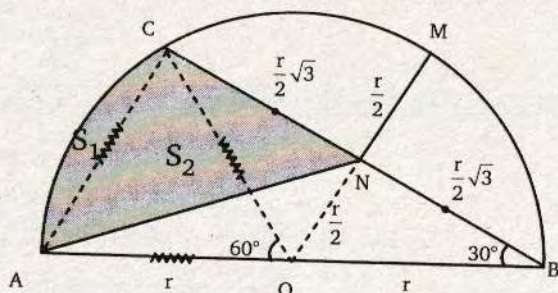
$$S_1 + S_2 + \cancel{S_4} = S_3 + \cancel{S_4}$$

$$\Rightarrow S_1 + S_2 = S_3$$

$$\therefore S_3 - S_2 = S_1$$

**Rpta.: B**

Resolución 60:



Piden :  $S = S_1 + S_2$

como  $m\widehat{CM} = m\widehat{MB} \Rightarrow CN = NB$  y O; N y M son colineales

$\triangle ONB$  (Notable de  $30^\circ$  y  $60^\circ$ )

$$\Rightarrow NB = \frac{r}{2}\sqrt{3} \text{ y } m\angle AOC = 60^\circ$$

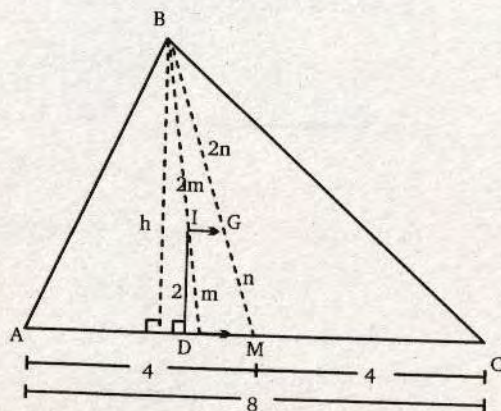
$$S_1 = \frac{1}{6}\pi r^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}r^2$$

$$S_2 = \frac{1}{2}(r)\left(\frac{r}{2}\sqrt{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}r^2$$

$$\therefore S_1 + S_2 = \frac{\pi r^2}{6} \text{ cm}^2$$

**Rpta.: A**

Resolución 61:



Piden :  $S_{ABC} = ?$

$$* S_{ABC} = \frac{8h}{2} = 4h \dots (I)$$

$$* \overline{GI} \parallel \overline{AC}$$

Por Thales

$$\frac{BI}{ID} = \frac{BG}{GM} = \frac{2}{1}$$

Por  $\triangle$  semejantes

$$\frac{h}{2} = \frac{3m}{m} \rightarrow h = 6$$

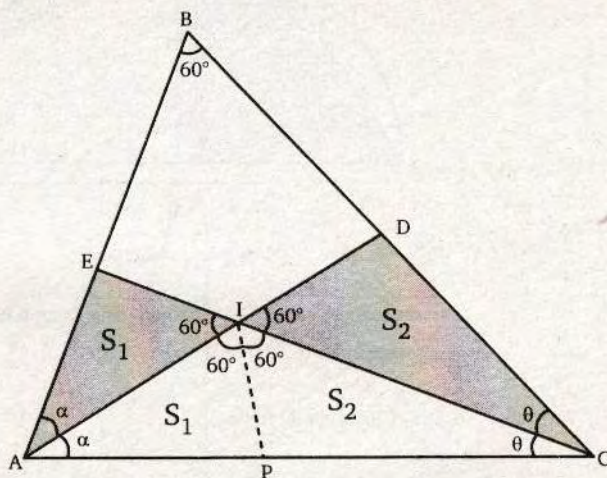
En (I):

$$S_{ABC} = 4(6)$$

$$\therefore S_{ABC} = 24$$

**Rpta.: E**

### Resolución 62:



Piden :  $S_{AIC}$

I : Incentro

$$\Rightarrow m\angle AIC = 90^\circ + \frac{60^\circ}{2}$$

$$m\angle AIC = 120^\circ$$

$$\Rightarrow m\angle AIE = m\angle CID = 60^\circ$$

Trazamos la bisectriz  $\overline{IP}$  del  $\triangle AIC$

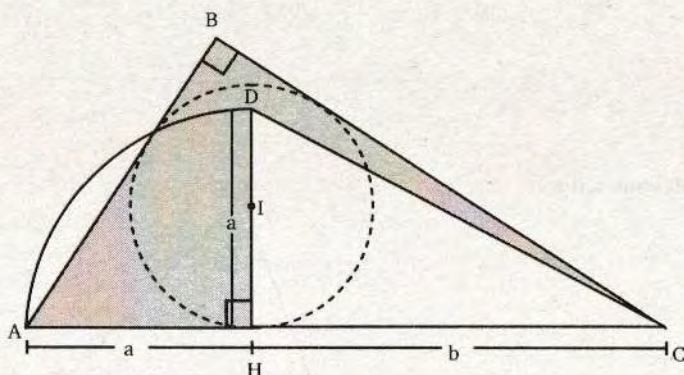
$$\text{Entonces : } \begin{cases} \triangle AIE \cong \triangle AIP \Rightarrow S_{AIP} = S_1 \\ \triangle CID \cong \triangle CIP \Rightarrow S_{CIP} = S_2 \end{cases}$$

$$\text{Luego : } S_{AIC} = S_1 + S_2$$

$$\therefore S_{AIC} = 12u^2$$

**Rpta.: E**

### Resolución 63:



Piden  $S$  : (Área de la región sombreada)

Como  $I$  es incentro  $\Rightarrow$  La circunferencia inscrita en el  $\triangle ABC$  será tangente a la hipotenusa en  $H$

Por el Teorema de Burlet :

$$S_{ABC} = ab$$

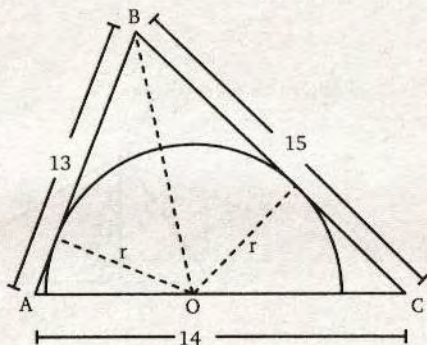
$$\Rightarrow S = S_{ABC} - S_{HDC}$$

$$S = ab - \frac{ab}{2}$$

$$\therefore S = \frac{ab}{2}$$

**Rpta.: E**

Resolución 64:



Piden :  $r = ?$  ;  $P = 21$

$$* S_{ABC} = \sqrt{21(21-13)(21-15)(21-14)} \quad (\text{T. de Herón})$$

$$S_{ABC} = 84$$

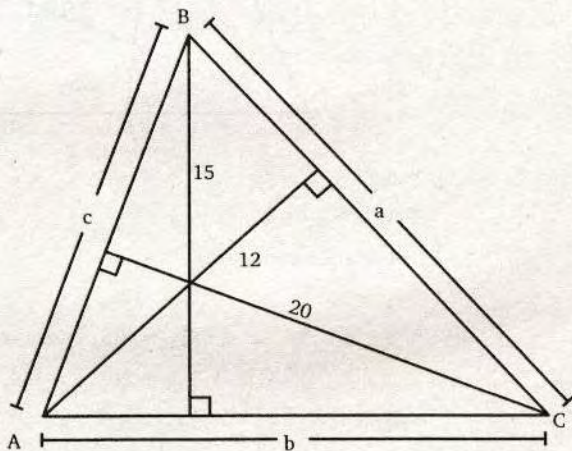
$$* S_{ABC} = S_{AOB} + S_{BOC}$$

$$84 = \frac{13 \cdot r}{2} + \frac{15 \cdot r}{2}$$

$$\therefore r = 6$$

**Rpta.: D**

Resolución 65:

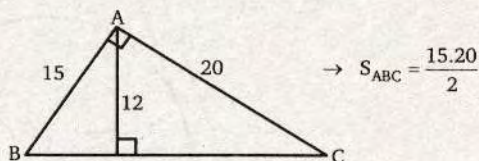


Piden :  $S_{ABC} = ?$

$$* S_{ABC} = \frac{a \cdot 12}{2} = \frac{b \cdot 15}{2} = \frac{c \cdot 20}{2}$$

$$\rightarrow \frac{a}{5} = \frac{b}{4} = \frac{c}{3}$$

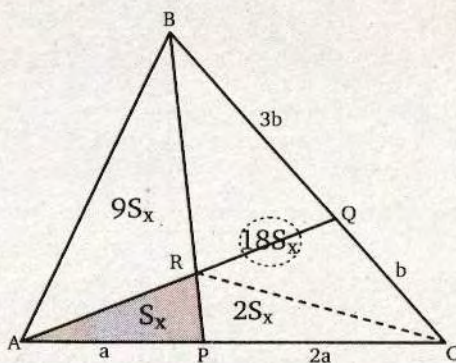
$\therefore$  El ABC es un  $\triangle$  rectángulo



$$\therefore S_{ABC} = 150$$

**Rpta.: C**

### Resolución 66:



Piden :  $S_{ARP} = S_x$

Dato :  $S_{ABC} = S$

Por Relación entre Áreas

$$S_{PRC} = 2S_x$$

$$S_{BAR} = 3(S_x + 2S_x) = 9S_x$$

$$S_{CBR} = 2(9S_x) = 18S_x$$

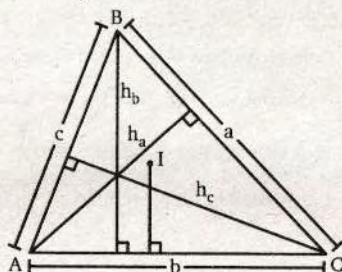
Luego:

$$30S_x = S$$

$$\therefore S_x = \frac{S}{30}$$

**Rpta.: E**

Resolución 67:



Piden :  $r = ?$

Dato :  $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = 0,2$

\* Sea :  $S_{ABC} = M$ , entonces :

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{ah_a}{2} \rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{2M} \\ M &= \frac{bh_b}{2} \rightarrow \frac{1}{h_b} = \frac{b}{2M} \\ M &= \frac{ch_c}{2} \rightarrow \frac{1}{h_c} = \frac{c}{2M} \end{aligned} \right\} (+)$$

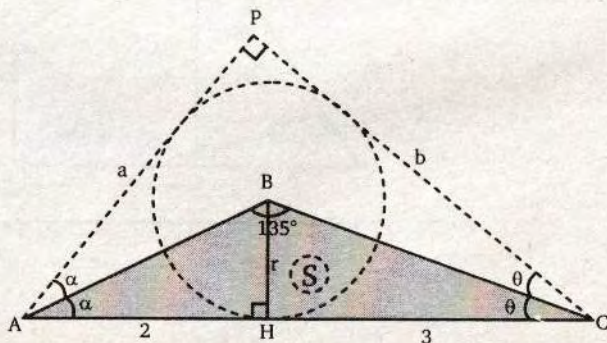
$$\rightarrow \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$$

$$0,2 = \frac{1}{r}$$

$$\therefore r = 5$$

Rpta.: D

Resolución 68:



Piden :  $S_{\triangle ABC} = S$

Con centro en B y radio BH trazamos una circunferencia; luego desde A y C trazamos dos tangentes a la  $\odot$  que se intersecan en P

B es incentro del  $\triangle \Rightarrow \angle APC = 90^\circ$

Calculando el Área del  $\triangle APC$  :

$$S = \frac{ab}{2} = \frac{(2)(3)}{2} \Rightarrow ab = 12 \dots (I)$$

Teorema  
de Burlet

Teorema de Pitágoras :

$$a^2 + b^2 = 5^2 \Rightarrow (a+b)^2 - 2ab = 25$$

De (I) :  $(a+b)^2 - 2(12) = 25 \rightarrow a + b = 7$

Teorema de Poncelet :  $a + b = 5 + 2r$

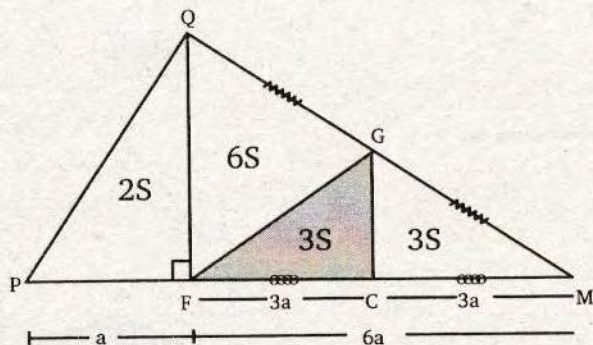
$$\Rightarrow r = 1$$

Luego:  $S = \frac{5r}{2} = \frac{5(1)}{2}$

$$\therefore S = 2,5\text{cm}^2$$

**Rpta.: B**

### Resolución 69:

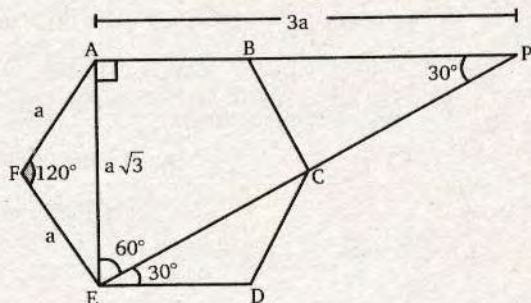


Piden :  $3S$

Dato :  $S_{AQM} = 100\text{m}^2$



**Resolución 71:**



Piden :  $S_{\square}$

Dato :

$$S_{\triangle APE} = 24\sqrt{3}u^2$$

$$m\angle AFE = 120^\circ$$

$$\Rightarrow AE = (AF)\sqrt{3}$$

$\triangle APE$  (Notable de  $30^\circ$  y  $60^\circ$ )

$$S_{\triangle APE} = \frac{(a\sqrt{3})(3a)}{2} = 24\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow a = 4$$

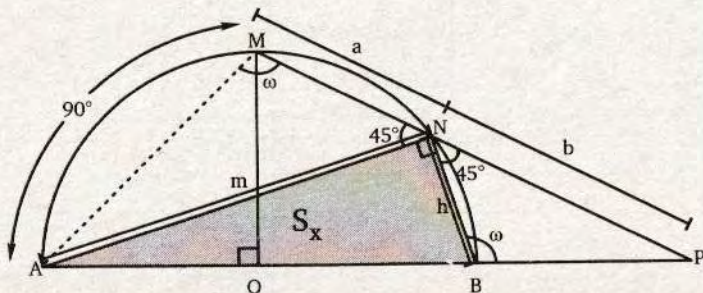
Luego:

$$S_{\square} = 6 \left( \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \right) = \frac{6\sqrt{3}(4)^2}{4}$$

$$\therefore S_{\square} = 24\sqrt{3}u^2$$

**Rpta.: E**

**Resolución 72:**



Piden :  $S_x = ?$

$$* S_x = \frac{mn}{2}$$

$$\Delta AMN \sim \Delta PBN$$

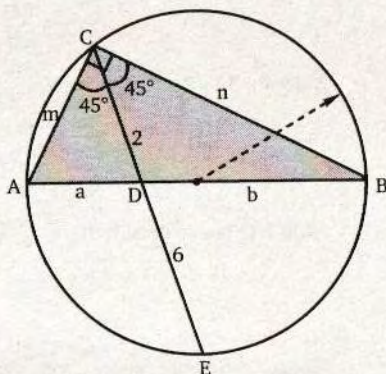
$$\frac{m}{b} = \frac{a}{n}$$

$$\rightarrow mn = ab$$

$$\therefore S_x = \frac{ab}{2}$$

**Rpta.: A**

**Resolución 73:**



Piden :  $S_{ACB} = ?$  ;

$$* S_{ACB} = \frac{mn}{2} \dots (I)$$

$$* 2^2 = mn - ab \text{ (T. de la bisectriz interior)}$$

$$* ab = 2 \times 6 \text{ (T. de las cuerdas)}$$

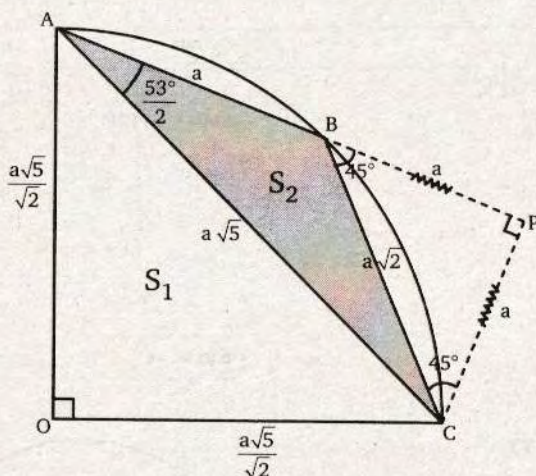
$$\rightarrow 2^2 = mn - 12$$

$$\rightarrow mn = 16$$

$$\therefore S_{ACB} = \frac{16}{2} = 8$$

**Rpta.: D**

## Resolución 74:



Piden :  $S_1 - S_2$

Prolongamos  $\overline{AB}$  hasta P ( $\overline{AP} \perp \overline{CP}$ )

$\triangle BCP$  (Notable de  $45^\circ$ ) :

$$BP = PC = a$$

$\triangle APC$  (Notable de  $\frac{53^\circ}{2}$ ) :

$$AC = a\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow OA = OC = \frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

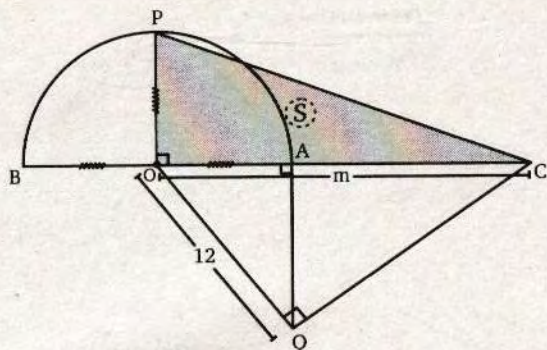
Luego :

$$S_1 = \frac{5}{4}a^2 \wedge S_2 = \frac{a^2}{2}$$

$$\therefore S_1 - S_2 = \frac{3a^2}{4}$$

Rpta.: B

Resolución 75:



Piden : S

OQC Relación Métrica) :

$$12^2 = mR$$

$$144 = mR$$

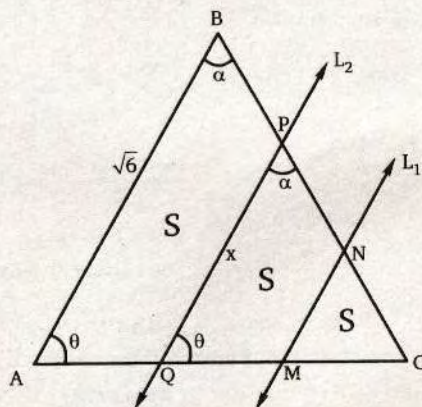
Luego :

$$S = \frac{mR}{2} = \frac{144}{2}$$

$$\therefore S = 72u^2$$

**Rpta.: C**

Resolución 76:



Piden :  $PQ = x = ?$

\* Se observa :  $\triangle ABC \sim \triangle QPC$

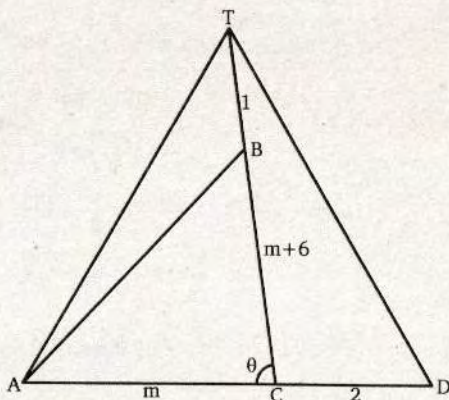
$$\frac{2S}{3S} = \left( \frac{x}{\sqrt{6}} \right)^2$$

$$\rightarrow \frac{2}{3} = \frac{x^2}{6}$$

$$\therefore x = 2$$

**Rpta.: E**

**Resolución 77:**



Piden :  $m = ?$

Dato :

$$S_{ATD} = \frac{6}{5} S_{ABC}$$

↓

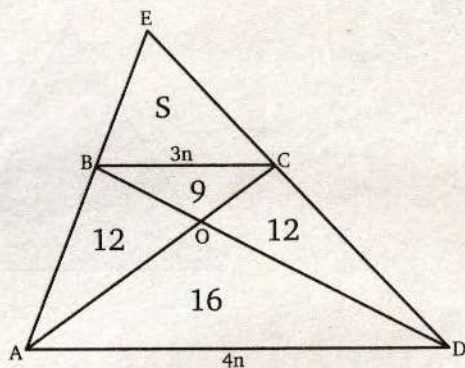
$$\frac{(m+2)(m+7)}{2} \cdot \text{sen } \theta = \frac{6}{5} \frac{m(m+6)}{2} \cdot \text{sen } \theta$$

$$5(m+2)(m+7) = 6m(m+6)$$

$$\therefore m = 14$$

**Rpta.: C**

Resolución 78:



Piden :  $S_{AED} = ?$

\* En el trapecio ABCD :

$$S_{BOA} = S_{COD} = M \text{ y también :}$$

$$M^2 = 9 \times 16$$

$$\rightarrow M = 12$$

$$* \triangle BOC \sim \triangle DOA \quad \frac{9}{16} = \left( \frac{BC}{AD} \right)^2$$

$$\rightarrow \frac{BC}{AD} = \frac{3}{4}$$

$$* \triangle BEC \sim \triangle AED \quad \frac{S}{S+49} = \left( \frac{3n}{4n} \right)^2$$

$$\rightarrow S = 63$$

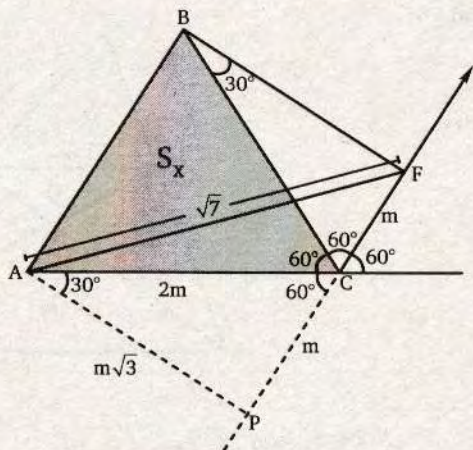
$$S_{\triangle AED} = S + 49 = 63 + 49$$

$$\therefore S_{AED} = 112$$

**Rpta.: E**

## BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 07

## Resolución 79:



Piden :  $S_{ABC} = S_x = ?$

Si  $AC = 2m \rightarrow S_x = \frac{(2m)^2 \sqrt{3}}{4}$  (Fórmula para  $\Delta$  equilátero)

$$S_x = m^2 \sqrt{3}$$

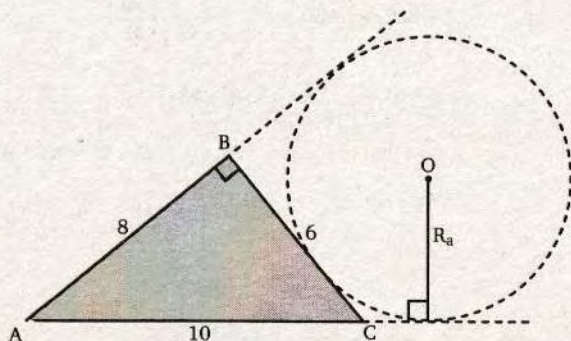
Luego, en  $\Delta APF$   $(\sqrt{7})^2 = (m\sqrt{3})^2 + (2m)^2$  (T. de Pitágoras)

$$\rightarrow m = 1$$

$$\therefore S_x = \sqrt{3}$$

**Rpta.: A**

## Resolución 80:



Piden  $R_a$

Propiedad :  $S = (p - a)R_a$  ( $p$ : semiperímetro)

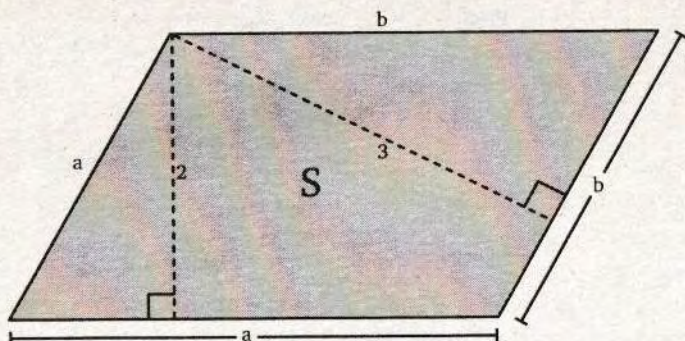
$$\frac{8 \times 6}{2} = (12 - 6)R_a$$

$$24 = 6R_a$$

$$\therefore R_a = 4u$$

**Rpta.: A**

**Resolución 81:**



Piden :  $S$

Dato:  $2p = 25$

$$2a + 2b = 25 \dots (I)$$

Luego :  $S = 2a = 3b \dots (II)$

(II) en (I) :  $3b + 2b = 25$

$$b = 5$$

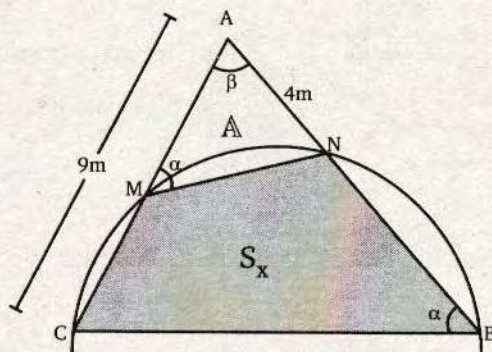
$$\Rightarrow S = 3(5)$$

$$\therefore S = 15dm^2$$

**Rpta.: C**

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 07

Resolución 82:



Piden :  $S_x = ?$  ; dato:  $S_{ABC} = 81$

\* Se observa :

$$\triangle AMN \sim \triangle ABC$$

$$\frac{A}{81} = \left( \frac{4m}{8m} \right)^2$$

$$\rightarrow A = 16$$

\* Luego :

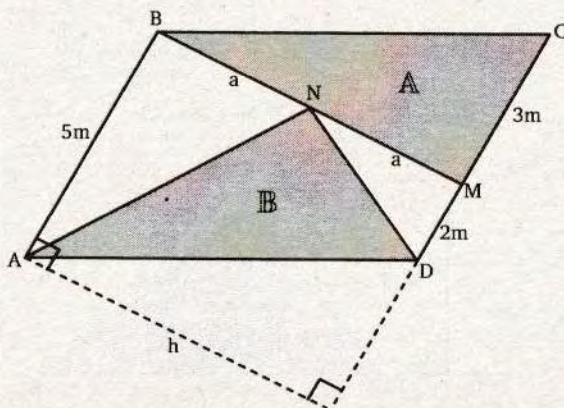
$$S_x = S_{ABC} - A$$

$$S_x = 81 - 16$$

$$\therefore S_x = 65$$

**Rpta.: B**

Resolución 83:



Piden :  $\frac{A}{B} = ?$

$$* A = \frac{(3m)h}{2}$$

$$* B = \frac{1}{2} S_{ABMD} = \frac{1}{2} \left( \frac{5m + 2m}{2} \right) h$$

$$\rightarrow B = \frac{7}{4} mh$$

$$\rightarrow \frac{A}{B} = \frac{\frac{3mh}{2}}{\frac{7mh}{4}}$$

$$\therefore \frac{A}{B} = \frac{6}{7}$$

**Rpta.: B**

**Resolución 84:** Piden :

$$S = \frac{1}{2} R m \sin 45^\circ$$

$$S = \frac{Rm\sqrt{2}}{4} \dots (I)$$

$\triangle OAB$  (Notable de  $45^\circ$ ):

$$OA = R \Rightarrow AB = R\sqrt{2}$$

Teorema de la tangente:

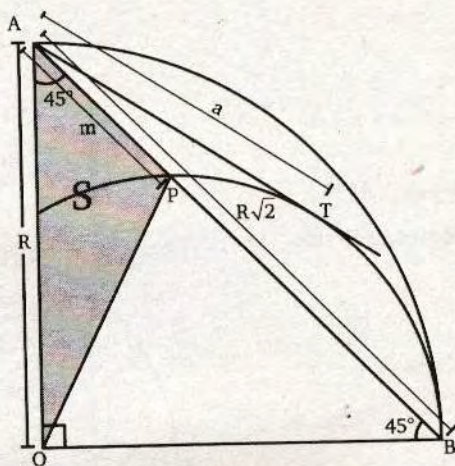
$$a^2 = (R\sqrt{2})(m)$$

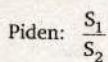
$$\Rightarrow a^2 = Rm\sqrt{2} \dots (II)$$

(II) en (I):

$$\therefore S = \frac{a^2}{4}$$

**Rpta.: B**

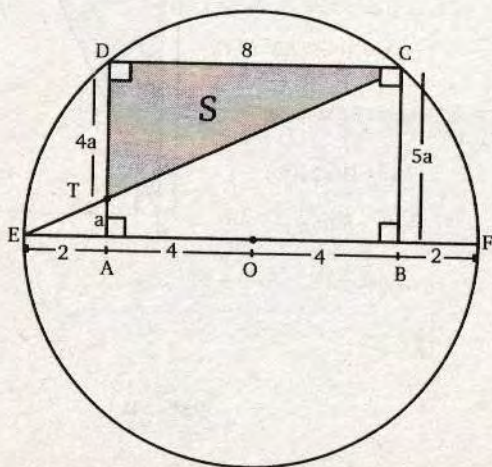



$$3(AB) = 2(BC)$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{3S_1}{3S_2} = \frac{2a}{3a}$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{3}$$

**Resolución 86:**

Piden : S

$$\triangle EAT \sim \triangle CDT \Rightarrow \frac{AT}{TD} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Relación Métrica en la circunferencia:

$$(5a)^2 = (10)(2)$$

$$\Rightarrow a = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Luego:

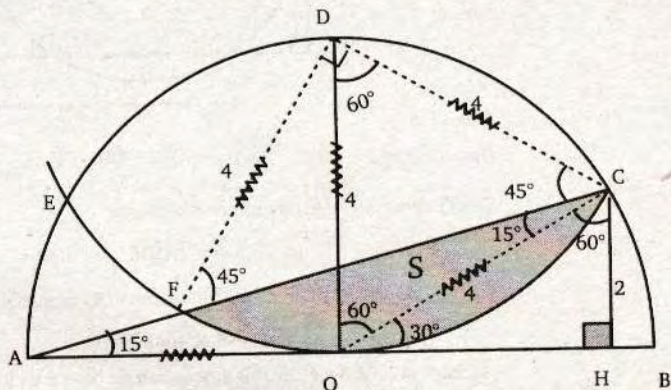
$$S = \frac{(4a)(8)}{2}$$

$$S = 16a$$

$$\therefore S = \frac{32\sqrt{5}}{5} u^2$$

**Rpta.: A**

### Resolución 87:



Piden : S

Datos : CH = 2 ; O y D centros

Radio : DO = DC = OC

$\Rightarrow \triangle DOC$  es equilátero

$\Rightarrow \triangle OCH$  (Notable de  $30^\circ$  y  $60^\circ$ )

$\Rightarrow OC = 2(CH) = 4$

$m\angle OAC = m\angle OCA = 15^\circ$

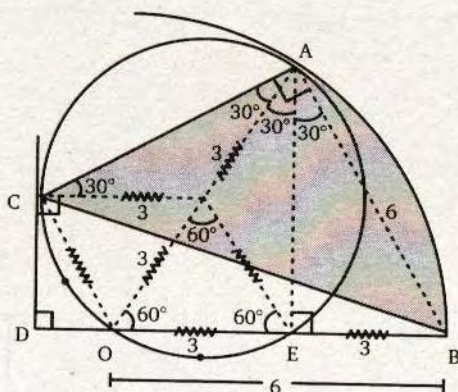
$\Rightarrow m\angle FCD = m\angle CFD = 45^\circ \Rightarrow m\angle FCD = 90^\circ$

Luego :

$$S = S_D - S_{\Delta}$$

$$\Rightarrow S = \frac{\pi(4)^2}{4} - \frac{(4)(4)^2}{2}$$

$$\therefore S = 4(\pi - 2)\text{cm}^2$$

**Rpta.: C****Resolución 88:**

Piden : S

Dato Gráfico :

$$m\widehat{CO} = m\widehat{OE} \Rightarrow CO = OE$$

Sea Q el centro de la circunferencia menor

$$\Rightarrow \triangle QCO \cong \triangle QOE : m\angle CQO = m\angle OQE$$

$$\overline{CQ} \parallel \overline{DE} \Rightarrow m\angle CQO = m\angle OQE = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle OAB \text{ es equilátero}$$

Además el  $\triangle CAB$  y el  $\triangle OAB$  ambos son de base 6 y altura  $3\sqrt{3}$ 

$$\Rightarrow \text{sus regiones son equivalentes.}$$

Por tanto el problema se reduce a calcular

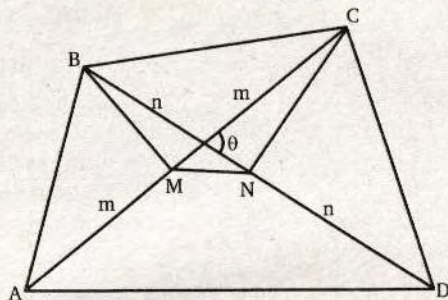
El Área del sector circular OAB :

$$S = \frac{1}{6}\pi(6)^2$$

$$\therefore S = 6\pi\text{m}^2$$

**Rpta.: B**

Resolución 89:



Piden :  $E = \frac{S_{ABCD}}{S_{BMNC}} = ?$

$$* S_{ABCD} = \frac{(2m)(2n)}{2} \operatorname{sen} \theta = 2mn \operatorname{sen} \theta$$

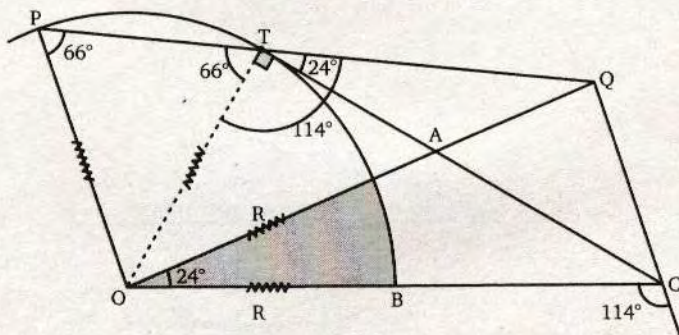
$$* S_{BMNC} = \frac{mn}{2} \operatorname{sen} \theta$$

$$\rightarrow E = \frac{2mn \operatorname{Sen} \theta}{\frac{mn}{2} \operatorname{Sen} \theta}$$

$$\therefore E = 4$$

Rpta.: C

Resolución 90:



Piden : S

$$m\angle OPT = m\angle OPT = 66^\circ$$

$$m\angle OTC = 90^\circ \Rightarrow m\angle CTQ = 24^\circ$$

$$m\angle OTQ = 114^\circ$$

$\Rightarrow \triangle OTQC$  es Inscriptible

$$\Rightarrow m\angle QOC = 24^\circ$$

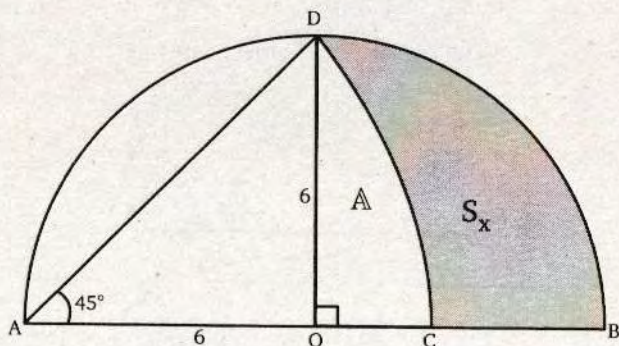
Luego:

$$S = \frac{\pi R^2 \cdot 24^\circ}{360^\circ}$$

$$\therefore S = \frac{\pi}{15} R^2$$

**Rpta.: D**

**Resolución 91:**



Piden :  $S = ?$

$$* S_x = S_D - A$$

$$* S_D = \frac{\pi 6^2}{4} = 9\pi$$

$$* A = S_{\triangle} = S_{\triangle}$$

$$A = \frac{\pi(6\sqrt{2})^2 \cdot 45^\circ}{360^\circ} - \frac{6 \times 6}{2}$$

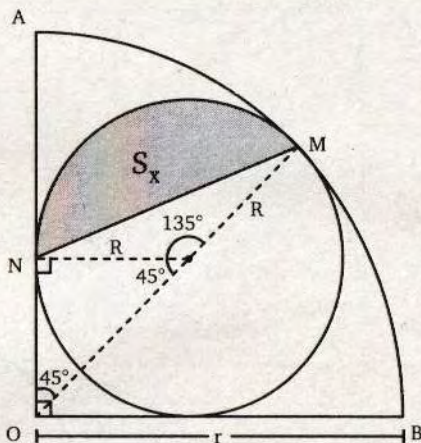
$$A = 9\pi - 18$$

$$\rightarrow S_x = 9\pi - (9\pi - 18)$$

$$\therefore S_x = 18$$

**Rpta.: E**

Resolución 92:



Piden:  $S_x = ?$

$$* S_x = S_{\odot} - S_{\Delta}$$

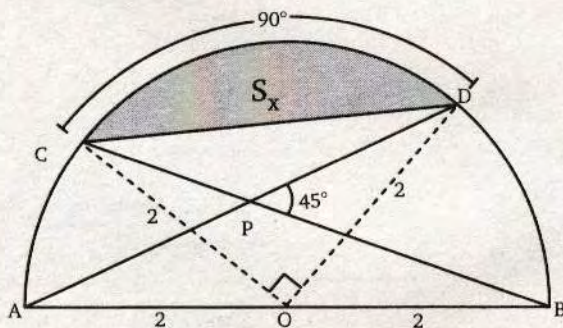
$$S_x = \frac{\pi R^2 \cdot 135}{360} - \frac{R \cdot R}{2} \sin 135^\circ$$

$$S_x = \frac{3\pi R^2}{8} - \frac{R^2 \sqrt{2}}{4}$$

$$\therefore S_x = \frac{R^2}{8} (3\pi - 2\sqrt{2})$$

Rpta.: C

Resolución 93:



Piden :  $S_x = ?$

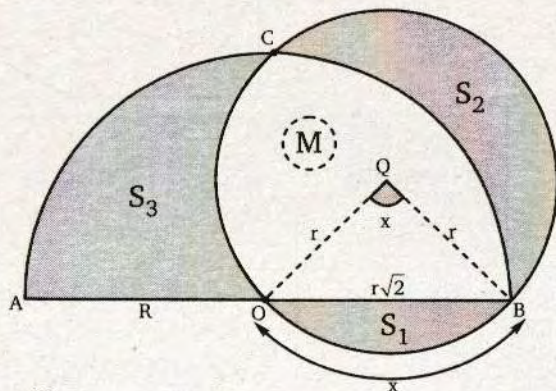
$$* S_x = S_{\odot} - S_{\Delta}$$

$$S_x = \frac{\pi 2^2 \cdot 90}{360} - \frac{2 \times 2}{2}$$

$$\therefore S_x = \pi - 2$$

**Rpta.: A**

### Resolución 94:



Piden:  $m\widehat{OB} = x$

Dato :  $S_3 = S_1 + S_2$

Sea "M" el área de la región no sombreada

$$\Rightarrow \begin{cases} S_3 + M = \frac{\pi R^2}{2} \\ S_1 + S_2 + M = \pi r^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi R^2}{2} = \pi r^2$$

$$R = r\sqrt{2}$$

$\Rightarrow \Delta OQB$  (Notable de  $45^\circ$  y  $45^\circ$ )

$$\therefore x = 90^\circ$$

**Rpta.: D**



Piden:  $S_1 - S_2$

como  $m\widehat{AB} = 90^\circ \Rightarrow AOB$  es un cuadrante

$$\triangle O_1AO : R_2 - r_2 = 4$$

Sea  $M$  el Área de la región no sombreada, entonces :

$$\begin{cases} S_1 + M = \frac{\pi R^2}{2} \\ S_2 + M = \frac{\pi R^2}{2} \end{cases}$$

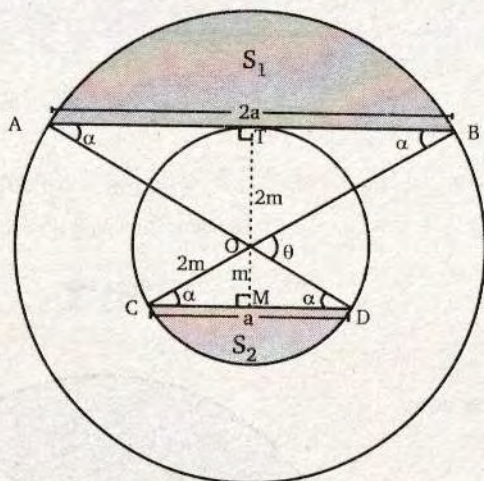

---


$$S_1 - S_2 = \frac{\pi}{2} \underbrace{(R^2 - r^2)}_4$$

$$\therefore S_1 - S_2 = 2\pi$$

**Rpta.: B**

### Resolución 97:



Pide : " $\theta$ "

$$\text{Dato : } S_1 = 4S_2 \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = 4$$

$$\triangle OAB \sim \triangle OCD$$

$\Rightarrow$  Los segmentos circulares tienen bordes semejantes

⇒ Sus Áreas son proporcionales a los cuadrados de las longitudes de sus elementos homólogos :

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{(AB)^2}{(CD)^2} = 4$$

$$\Rightarrow AB = 2(CD)$$

$$\Rightarrow OT = 2(OM) = OC$$

△COM (Notable de 30° y 60°)

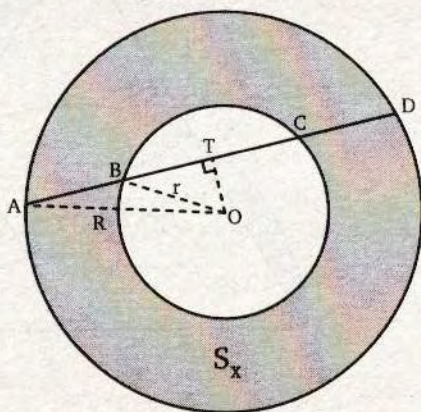
$$\Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \theta = \alpha + \alpha$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

**Rpta.: D**

**Resolución 98:**



Piden :  $S_x = ?$

Dato :  $(AD)^2 - (BC)^2 = 4$

$$* S_x = \pi(R^2 - r^2)$$

$$\left. \begin{aligned} * R^2 &= (OT)^2 + (AT)^2 \\ r^2 &= (OT)^2 + (BT)^2 \end{aligned} \right\} (-)$$

$$\overline{R^2 - r^2 = (AT)^2 - (BT)^2}$$

$$R^2 - r^2 = \left(\frac{AD}{2}\right)^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$$

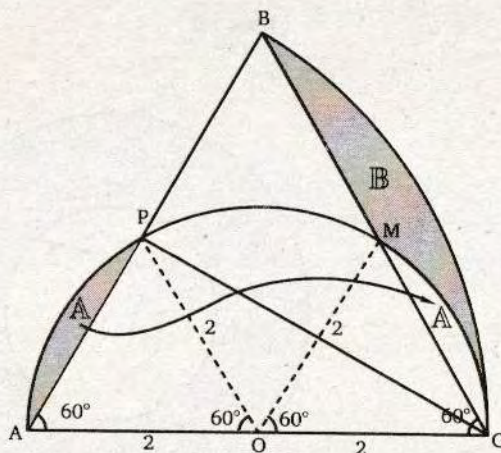
$$R^2 - r^2 = \frac{(AD)^2 + (BC)^2}{4}$$

$$R_2 - r_2 = \frac{4}{4} = 1$$

$$\therefore S_x = \pi$$

**Rpta.: B**

**Resolución 99:**



Piden :  $A + B = ?$

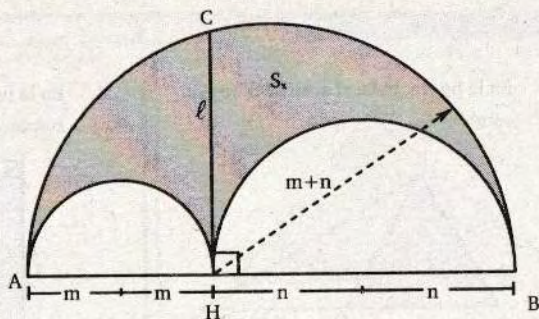
$$A + B = S_Q - S_{\Delta}$$

$$A + B = \frac{\pi 4^2 \cdot 60}{360} - \frac{4^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$\therefore A + B = \frac{4}{3}(2\pi - \sqrt{3})$$

**Rpta.: D**

Resolución 100:



Piden :  $S_x = ?$

$$S_x = \frac{\pi(m+n)^2}{2} - \frac{\pi m^2}{2} - \frac{\pi n^2}{2}$$

$$\Rightarrow S_x = \pi mn$$

Luego; por propiedad:

$$l^2 = (2m)(2n)$$

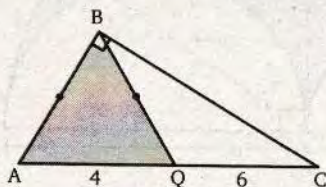
$$\rightarrow mn = \frac{l^2}{4}$$

$$\therefore S_x = \frac{\pi l^2}{4}$$

Rpta.: C

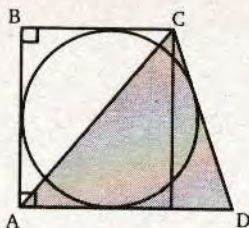
## PROBLEMAS PROPUESTOS

1. En la figura, halle el área de la región sombreada.



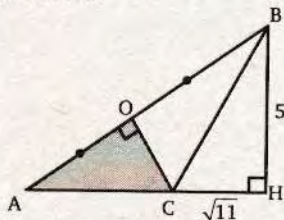
- A) 4      B) 8      C) 12  
D) 10      E) 6

2. En la figura,  $CD = BC + 2$  y  $AD = 6$ . Halle el área de la región sombreada.



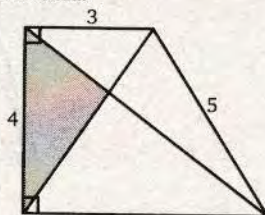
- A) 9      B) 8      C) 10  
D) 12      E) 6

3. En la figura, halle el área de la región sombreada.



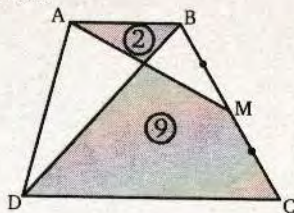
- A)  $15\text{m}^2$       B)  $12,5\text{m}^2$       C)  $10\text{m}^2$   
D)  $7,5\text{m}^2$       E)  $12\text{m}^2$

4. En la figura, halle el área de la región sombreada.



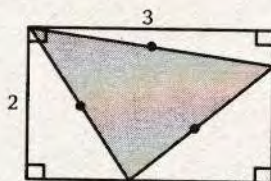
- A) 2,5      B) 3      C) 4  
D) 5      E) 3,5

5. En la figura, halle el área del trapecio ABCD.



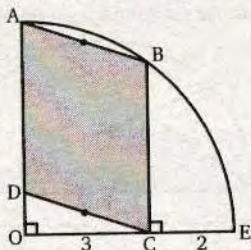
- A)  $15,5\text{m}^2$       B)  $18,5\text{m}^2$       C)  $16,5\text{m}^2$   
D)  $17,5\text{m}^2$       E)  $12,5\text{m}^2$

6. En la figura, halle el área de la región sombreada.



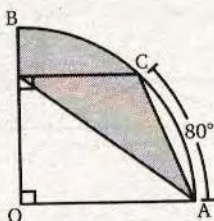
- A)  $12\sqrt{2} - 13$       B)  $9\sqrt{3} - 10$   
C)  $13 + 6\sqrt{3}$   
D)  $13\sqrt{3} - 18$       E)  $13 - 6\sqrt{3}$

7. En la figura, halle el área sombreada.



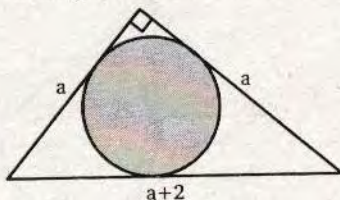
- A) 10      B) 14      C) 9  
D) 12      E) 8

8. En la figura, AOB es un cuadrante. Si  $AO = 12\text{m}$ , hallar el área de la región sombreada.



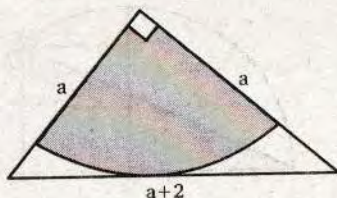
- A)  $2\pi\text{m}^2$       B)  $3\pi\text{m}^2$       C)  $4\pi\text{m}^2$   
D)  $5\pi\text{m}^2$       E)  $6\pi\text{m}^2$

9. En la figura halle el área del círculo.



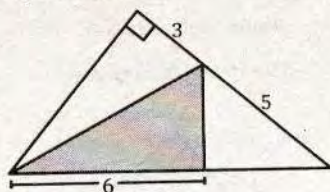
- A)  $16\pi$       B)  $9\pi$       C)  $25\pi$   
D)  $24\pi$       E)  $36\pi$

10. En la figura, halle el área de la región circular.



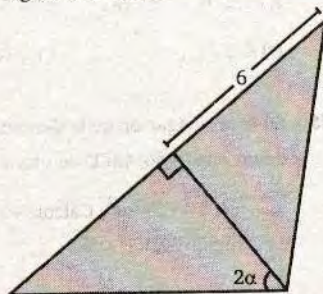
- A)  $12\pi$       B)  $8\pi$       C)  $25\pi$   
D)  $16\pi$       E)  $4\pi$

11. En la figura, calcular el área de la región sombreada.



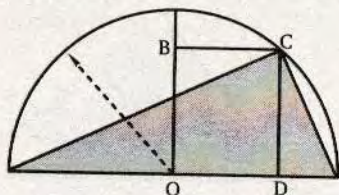
- A) 6      B) 9      C) 12  
D) 18      E) 15

12. En la figura, calcular el área de la región sombreada.



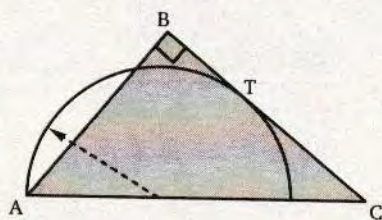
- A) 15      B) 17      C) 13  
D) 10      E) 12

13. Del gráfico, si  $AM=12\text{cm}$  y  $MC=3\text{cm}$ , calcule  $DB$ .



- A)  $4\sqrt{2}$     B)  $\sqrt{2}$     C)  $\sqrt{3}$   
D)  $2\sqrt{2}$     E)  $3\sqrt{3}$

14. Del gráfico, calcular el área de la región sombreada, si  $TC=2(BT)=2\sqrt{3}$  (T es punto de tangencia).

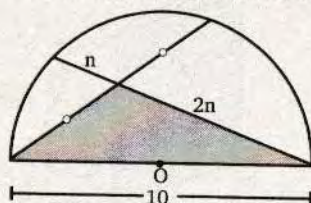


- A)  $2,5\sqrt{6}$     B)  $3\sqrt{3}$     C) 4,5  
D)  $4,5\sqrt{3}$     E)  $\sqrt{3}$

15. En la prolongación de la diagonal AC de un cuadrado ABCD se ubica P tal que:  $(AC)(PC)=8u^2$ . Calcule el área de la región BPCD.

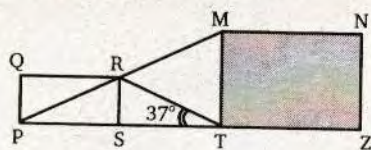
- A) 2    B) 3    C) 4  
D) 5    E) 6

16. En la semicircunferencia mostrada, calcular el área de la región sombreada.



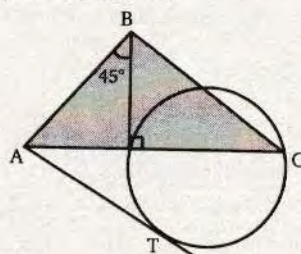
- A) 10    B) 8    C) 6  
D) 4    E) 12

17. Según la figura los rectángulos mostrados son semejantes. Calcular el área de la región rectangular TMNZ, si  $RS=6$  y  $PS=16$ .



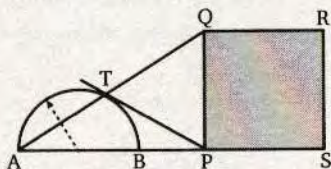
- A) 224    B) 216    C) 212  
D) 200    E) 214

18. Según el gráfico, calcule el área de la región sombreada, si  $AT=4$  (T es punto de tangencia).



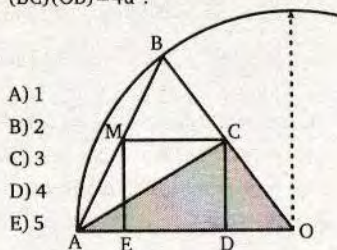
- A) 14    B) 12    C) 15  
D) 16    E) 18

19. Del gráfico, calcular el área de la región cuadrada PQRS, Si:  $2(BP) = AB = 8$ . (T es punto de tangencia).



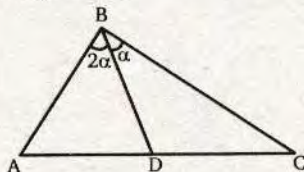
- A) 30    B) 24    C) 64  
D) 36    E) 48

20. Calcule el área de la región sombreada, si CDEM es un cuadrado y  $(BC)(OB) = 4u^2$ .



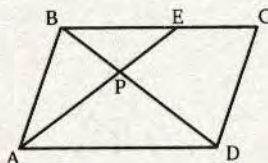
- A) 1  
B) 2  
C) 3  
D) 4  
E) 5

21. En la figura,  $AB=BD$ ,  $5AD=6DC$  y  $AC=11m$ . Hallar el área de la región triangular BDC.



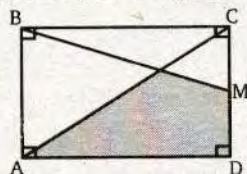
- A)  $15m^2$     B)  $12m^2$     C)  $18m^2$   
D)  $24m^2$     E)  $16m^2$

22. En la figura, ABCD es un romboide. Si las áreas de las regiones triangulares BPE y APD son  $16\text{ cm}^2$  y  $25\text{ cm}^2$  respectivamente, hallar el área de la región limitada por ABCD.



- A)  $76\text{ cm}^2$     B)  $82\text{ cm}^2$     C)  $90\text{ cm}^2$   
D)  $92\text{ cm}^2$     E)  $96\text{ cm}^2$

23. En la figura,  $CM=MD$ . Si el área de la región sombreada es  $10m^2$ , hallar el área de la región rectangular ABCD.

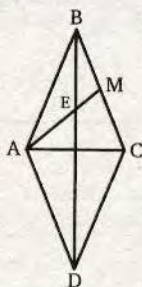


- A)  $18m^2$     B)  $24m^2$     C)  $28m^2$   
D)  $32m^2$     E)  $27m^2$

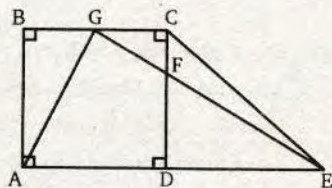
24. En un romboide ABCD,  $\widehat{m\hat{A}} = 60^\circ$ ,  $AB = 4m$  y  $BC = 12m$ . Hallar el área de la región rectangular formado por las bisectrices interiores de sus ángulos.

- A)  $8\sqrt{3}m^2$     B)  $12\sqrt{3}m^2$   
C)  $18\sqrt{3}m^2$   
D)  $14\sqrt{3}m^2$     E)  $16\sqrt{3}m^2$

25. En la figura si  $m\widehat{MN} = m\widehat{NC}$ ,  $QP = 2PC$ ,  
En la figura, el perímetro del rombo  
ABCD es  $24\sqrt{10}\text{cm}$  y  $m\widehat{BEM} = 45^\circ$ .  
Hallar el área de la región triangular  
BEM.

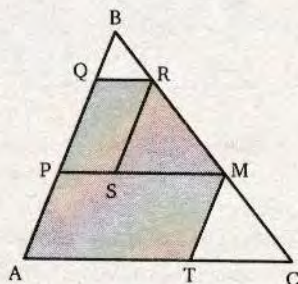


- A)  $20\text{cm}^2$  B)  $16\text{cm}^2$  C)  $18\text{cm}^2$   
D)  $12\text{cm}^2$  E)  $15\text{cm}^2$
26. En la figura, ABCD es un cuadrado,  
 $AD=DE$ , las áreas de las regiones  
triangulares ABG y GCF son  $8\text{m}^2$  y  
 $5\text{m}^2$  respectivamente. Hallar el área  
de la región triangular FDE.



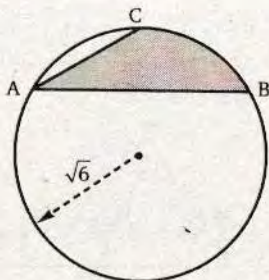
- A)  $12\text{m}^2$  B)  $13\text{m}^2$  C)  $11\text{m}^2$   
D)  $10\text{m}^2$  E)  $14\text{m}^2$

27. En la figura, las áreas de las regiones  
triangulares QBR, RSM y MTC son  
 $1\text{m}^2$ ,  $4\text{m}^2$  y  $4\text{m}^2$ , respectivamente,  
PQRS y APTM son paralelogramos.  
Halle el área de la región sombreada.



- A)  $12\text{m}^2$  B)  $20\text{m}^2$  C)  $14\text{m}^2$   
D)  $18\text{m}^2$  E)  $16\text{m}^2$

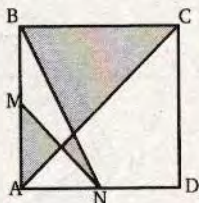
28. Calcule el área de la región sombreada  
si AB y AC son lados del triángulo  
equilátero y del hexágono regular  
inscritos, respectivamente en la  
circunferencia de radio  $\sqrt{6}$ .



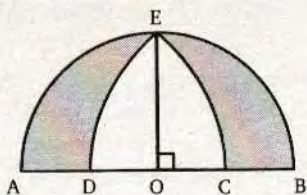
- A)  $\frac{\pi}{4}$  B)  $\frac{\pi}{3}$  C)  $\frac{\pi}{2}$   
D)  $\pi$  E)  $\frac{2\pi}{3}$

29. En el gráfico, ABCD es un cuadrado y M y N son puntos medios de AB y AD. Si el área de la región sombreada es 10, calcule el área de la región ABCD.

A) 18  
B) 20  
C) 24  
D) 25  
E) 30

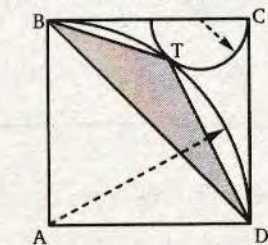


30. En el gráfico, calcule el área de la región sombreada, donde B, A y O son centros de los arcos mostrados, OE=4.



A) 8      B) 12      C) 15  
D) 16      E) 20

31. En el gráfico, ABCD es un cuadrado y T es punto de tangencia. Si  $AB=4$ , calcule el área de la región sombreada.

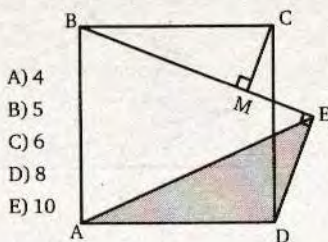


A) 3      B)  $16/5$       C)  $18/5$   
D) 4      E)  $24/5$

32. Por un punto P exterior a dos circunferencias concéntricas de centro O, se trazan  $\overline{PA}$  y  $\overline{PB}$  tangentes a la mayor y a la menor, respectivamente, de modo que  $(PB)^2 - (PA)^2 = 2$ . Calcule el área de la corona circular.

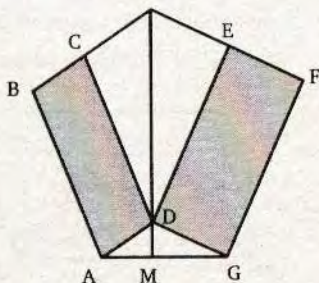
A)  $\pi$       B)  $2\pi$       C)  $4\pi$   
D)  $6\pi$       E)  $8\pi$

33. En el gráfico, ABCD es un cuadrado. Si  $CM=4$  y  $BM=6$ , calcule el área de la región sombreada.



A) 4  
B) 5  
C) 6  
D) 8  
E) 10

34. En el gráfico, la razón de áreas de las regiones paralelogramas ABCD y DEFG es de 1 a 2. Calcule  $AM/MG$ .

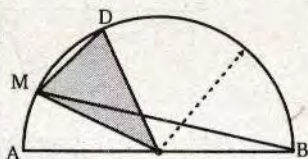


A)  $1/4$       B)  $1/2$       C) 1  
D) 2      E) 4

35. En un triángulo ABC, se ubican los puntos M, N y Q en las prolongaciones de  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  y  $\overline{CA}$ , respectivamente, de modo que  $MB=2(AB)$ ,  $CN=2(BC)$  y  $AQ=2(AC)$ . Si el área de la región triangular ABC es 5, calcule el área de la región triangular MNQ.

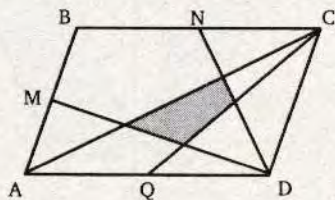
A) 85      B) 90      C) 95  
D) 100      E) 105

36. En el gráfico,  $m\widehat{DM} = m\widehat{MA}$ , si  $(MD)(MB) = 24$ , calcule el área de la región sombreada.



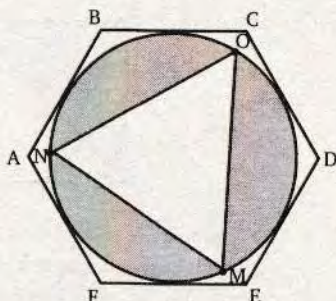
A) 4      B) 5      C) 6  
D) 8      E) 10

37. En el gráfico, ABCD es un paralelogramo y M, N y Q son los puntos medios de AB, BC y AD. Si el área de la región ABCD es 120, calcule el área de la región sombreada.



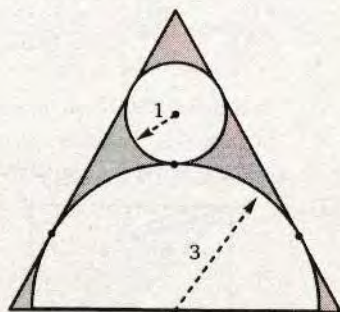
A) 9      B) 10      C) 11  
D) 12      E) 8

38. En el gráfico, ABCDEF es un hexágono regular de lado 4 y MNQ es un triángulo equilátero. Calcule el área de la región sombreada.



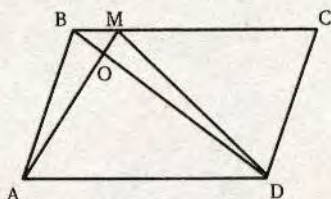
A)  $4\pi - 3\sqrt{3}$       B)  $2(4\pi - 3\sqrt{3})$   
C)  $3(4\pi - 3\sqrt{3})$   
D)  $4(4\pi - 3\sqrt{3})$       E)  $8\pi - 6\sqrt{6}$

39. En el gráfico, calcule el área de la región sombreada.



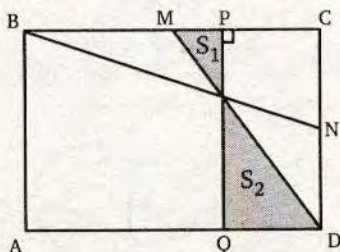
A)  $12\sqrt{3} - 11\pi$       B)  $6\sqrt{3} - \frac{11}{2}\pi$   
C)  $12\sqrt{3} - 5\pi$   
D)  $12\sqrt{3} - \frac{11}{2}\pi$       E)  $8\sqrt{3} - 2\pi$

40. En la figura, las áreas de las regiones triangulares BOM y AOD son  $1 \text{ cm}^2$  y  $49 \text{ cm}^2$ . Halle el área de la región paralelogramica ABCD.



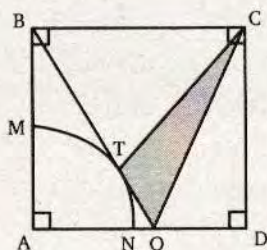
- A)  $112 \text{ cm}^2$  B)  $100 \text{ cm}^2$  C)  $108 \text{ cm}^2$   
D)  $114 \text{ cm}^2$  E)  $116 \text{ cm}^2$

41. En la figura, ABCD es un rectángulo, N y M son puntos medios de  $\overline{BC}$  y  $\overline{CD}$  respectivamente. Si  $BM = 9$  y  $CD = 12 \text{ m}$ , hallar  $S_1 + S_2$ .



- A)  $20 \text{ m}^2$  B)  $25 \text{ m}^2$  C)  $30 \text{ m}^2$   
D)  $18 \text{ m}^2$  E)  $32 \text{ m}^2$

42. En la figura, ABCD es una región cuadrada de área igual a  $25 \text{ m}^2$ . Si T es punto de tangencia, MAN es un cuadrante y  $AM = MB$ , hallar el área de la región triangular CTQ.

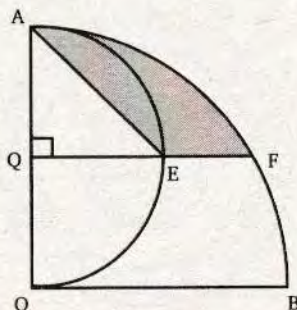


- A)  $\frac{10}{3} \text{ m}^2$  B)  $\frac{10\sqrt{2}}{3} \text{ m}^2$  C)  $\frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ m}^2$   
D)  $\frac{10\sqrt{4}}{3} \text{ m}^2$  E)  $\frac{10\sqrt{5}}{3} \text{ m}^2$

43. En un triángulo ABC, se ubica los puntos P, Q y R en  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  y  $\overline{AC}$  respectivamente, tales que  $AP = PB$ ,  $QC = 2BQ$  y  $AR = 3RC$ . Si el área de la región triangular PQR es  $7 \text{ cm}^2$ , halle el área de la región triangular ABC.

- A)  $18 \text{ cm}^2$  B)  $20 \text{ cm}^2$  C)  $21 \text{ cm}^2$   
D)  $27 \text{ cm}^2$  E)  $24 \text{ cm}^2$

44. En la figura AOB es un cuadrante,  $\overline{AO}$  es diámetro  $AQ = QO$  y  $OB = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ . Hallar el área de la región sombreada.



A)  $4(6\pi - 3 - 2\sqrt{3})\text{cm}^2$

B)  $2(4\pi - 3 - 3\sqrt{3})\text{cm}^2$

C)  $4(4\pi - 3 - 3\sqrt{3})\text{cm}^2$

D)  $3(4\pi - 3 - 3\sqrt{3})\text{cm}^2$

E)  $2(6\pi - 3 - 2\sqrt{3})\text{cm}^2$

45. En la figura,  $O_1$  y  $O_2$  son centros de las circunferencias congruentes cuyo radio mide 2 cm. Si  $O_1$  es punto de tangencia, hallar el área de la región sombreada.

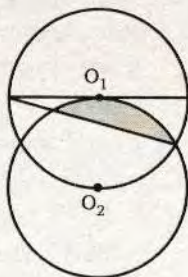
A)  $\left(\pi - \frac{3}{2}\right)\text{cm}^2$

B)  $\left(\pi - \frac{5}{2}\right)\text{cm}^2$

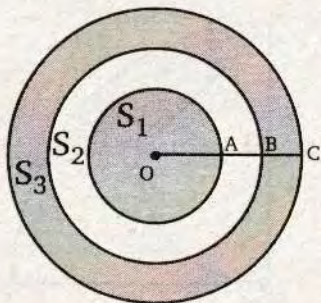
C)  $(\pi - 2)\text{cm}^2$

D)  $(\pi - 3)\text{cm}^2$

E)  $(\pi - 1)\text{cm}^2$



46. En la figura, las áreas  $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$  son iguales. Si  $\overline{OA}$ ,  $\overline{OB}$  y  $\overline{OC}$  son radios, halle  $\frac{OB + OC}{OA}$



A)  $1 + \sqrt{3}$

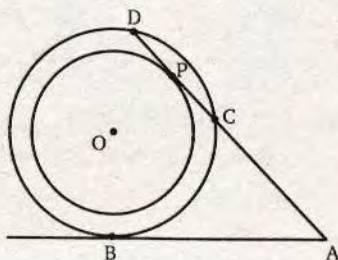
B)  $1 + \sqrt{2}$

C)  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

D)  $\frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

E)  $\frac{\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2}$

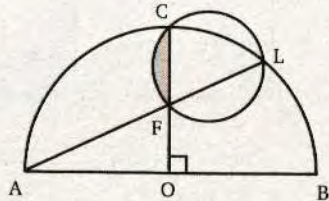
47. En la figura, B y P son puntos de tangencia. Si  $AB = 2AC = 4\text{cm}$ , hallar el área de la corona circular (O es centro).



A)  $16\pi\text{cm}^2$  B)  $9\pi\text{cm}^2$  C)  $8\pi\text{cm}^2$

D)  $12\pi\text{cm}^2$  E)  $10\pi\text{cm}^2$

48. En la figura,  $\overline{AB}$  es diámetro. Si O es centro y  $CF = 4\text{cm}$ , hallar el área de la región sombreada.

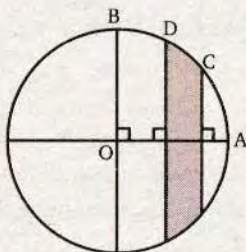


A)  $(2\pi - 1)\text{cm}^2$  B)  $2(\pi - 1)\text{cm}^2$

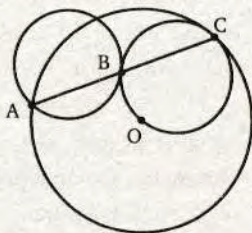
C)  $(\pi - 2)\text{cm}^2$

D)  $2(\pi - 3)\text{cm}^2$  E)  $2(\pi - 2)\text{cm}^2$

49. En la figura,  $O$  es centro de la circunferencia y  $m\widehat{AC} = m\widehat{BD} = 37^\circ$ . Si el radio de la circunferencia mide 10 cm, hallar el área de la región sombreada.

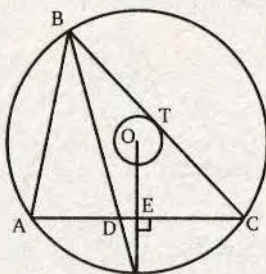


- A)  $\frac{70}{9}\pi\text{cm}^2$  B)  $\frac{76}{9}\pi\text{cm}^2$  C)  $\frac{80}{9}\pi\text{cm}^2$   
D)  $\frac{85}{9}\pi\text{cm}^2$  E)  $\frac{82}{9}\pi\text{cm}^2$
50. En la figura si  $m\widehat{MN} = m\widehat{NC}$ ,  $QP = 2PC$ , En la figura,  $B$  y  $C$  son puntos de tangencia. Si  $m\widehat{AB} = m\widehat{BC}$ , hallar la razón de las áreas del círculo sombreado y del círculo de centro  $O$ .



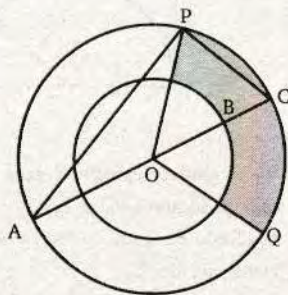
- A)  $\frac{1}{2}$  B)  $\frac{2}{5}$  C)  $\frac{1}{4}$   
D)  $\frac{1}{3}$  E)  $\frac{3}{7}$

51. En la figura,  $AB = 4\text{m}$ ,  $3DE = EC$ ,  $T$  es punto de tangencia y  $O$  es centro de las circunferencias. Hallar el área de la corona circular.



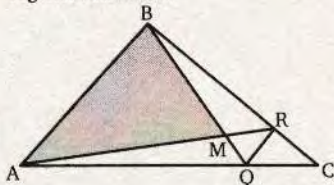
- A)  $9\pi\text{m}^2$  B)  $16\pi\text{m}^2$  C)  $25\pi\text{m}^2$   
D)  $10\pi\text{m}^2$  E)  $18\pi\text{m}^2$

52. En la figura,  $m\widehat{CA} = 53^\circ$ ,  $PC = 12\text{cm}$ ,  $m\widehat{PAQ} = 270^\circ$  y  $AC = 4BC = 20\text{cm}$ . Hallar el área de la región sombreada.

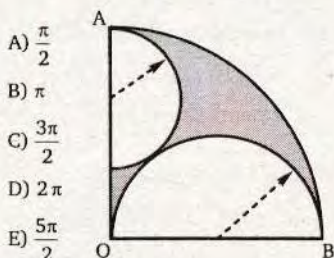


- A)  $\frac{75}{4}\pi\text{cm}^2$  B)  $\frac{72}{5}\pi\text{cm}^2$   
C)  $\frac{150}{3}\pi\text{cm}^2$   
D)  $\frac{70}{4}\pi\text{cm}^2$  E)  $\frac{85}{4}\pi\text{cm}^2$

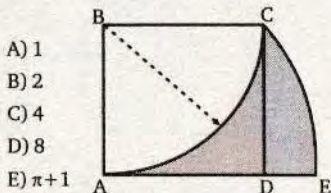
53. En la figura,  $\overline{AB} \parallel \overline{QR}$ . Si las áreas de las regiones triangulares MQR, QBC y QRC son  $3\text{m}^2$ ,  $20\text{m}^2$  y  $5\text{m}^2$  respectivamente, halle el área de la región sombreada.



- A)  $36\text{m}^2$     B)  $40\text{m}^2$     C)  $45\text{m}^2$   
D)  $48\text{m}^2$     E)  $56\text{m}^2$
54. En el cuadrante AOB de radio 6, calcule el área de la región sombreada.



- A)  $\frac{\pi}{2}$   
B)  $\pi$   
C)  $\frac{3\pi}{2}$   
D)  $2\pi$   
E)  $\frac{5\pi}{2}$
55. En el gráfico, calcule el área de la región sombreada si ABCD es un cuadrado de 2 m de lado y A es el centro del arco CE.

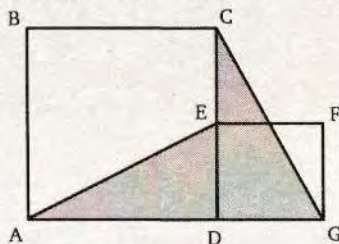


A) 1  
B) 2  
C) 4  
D) 8  
E)  $\pi+1$

56. Se tiene un rectángulo ABCD y una semicircunferencia de diámetro AD, tangente a BC en T, y P se ubica en  $\widehat{DT}$ . Si  $m\angle CPD = 90^\circ$  y  $AB = 5$ , calcule el área de la región triangular APB.

A) 15    B) 18    C) 20  
D) 24    E) 25

57. En el gráfico, ABCD y DEFG son cuadrados. Si  $(AB)(FG) = 12$ , calcule el área de la región sombreada.

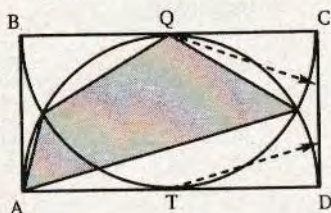


A) 8    B) 10    C) 12  
D) 15    E) 16

58. En un triángulo ABC, se traza la bisectriz interior BD. Si el área de la región triangular BDC es 12 y  $3(AB) = 2(BC)$ , calcule el área de la región triangular que tiene por vértices los puntos medios de los lados del triángulo ABC.

A) 4    B) 5    C) 6  
D) 7    E) 8

59. En el gráfico, ABCD es un rectángulo. Si Q y T son puntos de tangencia y  $BC=12$ , calcule el área de la región sombreada.



- A)  $15\sqrt{2}$     B)  $16\sqrt{3}$     C)  $18\sqrt{3}$   
D)  $20\sqrt{2}$     E)  $20\sqrt{3}$
60. En un trapecio ABCD,  $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ , M es punto medio de AB y N es punto de la prolongación de  $\overline{CD}$  de modo que MN interseca a  $\overline{AD}$  en L. Si  $LD=DN$ ,  $MN=8$ ,  $m\angle CDA=74^\circ$  y la distancia de B a  $\overline{AD}$  es 4, calcule el área de la región ABCD.
- A) 10    B) 15    C) 20  
D) 25    E) 40
61. En un triángulo recto en B, se dibujan exteriormente al triángulo; los triángulos equiláteros ABM y BCN. Las prolongaciones de los segmentos MA y NC se intersectan en el punto Q. Si  $AB=6u$  y  $BC=8u$ , entonces el área de la región triangular MNQ es (en  $u^2$ ):
- A) 100    B)  $(42+25\sqrt{3})$   
C)  $(42+50\sqrt{3})$   
D)  $(84+50\sqrt{3})$     E)  $(84+25\sqrt{3})$

62. En un triángulo ABC recto en B, I es el incentro y O es el circuncentro. Si el área de la región ABC es S y  $m\angle AIQ=90^\circ$ , entonces el área de la región triangular AIO es:

- A)  $\frac{3S}{8}$     B)  $\frac{5S}{16}$     C)  $\frac{5S}{18}$   
D)  $\frac{5S}{12}$     E)  $\frac{5S}{24}$

63. En un triángulo ABC de área S se ubican: M, N y P puntos de  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  y  $\overline{AC}$  respectivamente, tal que:  $\frac{AM}{MB} = \frac{3}{1}$ ,  $\frac{BN}{NC} = \frac{1}{2}$ ,  $\frac{AP}{PC} = \frac{2}{1}$ . Halle el área de la región triangular MNP.

- A)  $\frac{A}{6}$     B)  $\frac{A}{5}$     C)  $\frac{A}{4}$   
D)  $\frac{A}{3}$     E)  $\frac{A}{2}$

64. En un paralelogramo ABCD de área  $Au^2$ , se traza  $\overline{AC}$ : sea  $E \in \overline{AC}$  de manera que  $AE=2EC$ , G es punto medio de AB, calcule el área de la región triangular AGE en  $u^2$ .

- A)  $\frac{S}{12}$     B)  $\frac{5S}{36}$     C)  $\frac{S}{6}$   
D)  $\frac{7S}{36}$     E)  $\frac{2S}{9}$

65. En el paralelogramo ABCD, M es punto medio de  $\overline{AD}$ ,  $\overline{BD} \cap \overline{MC} = \{O\}$ ,  $AB = 8u$  y la distancia de M a AB es  $3u$ . Calcule el área de la región COD.

A)  $6u^2$       B)  $8u^2$       C)  $10u^2$   
D)  $12u^2$       E)  $9u^2$

66. En un trapecio ABCD de bases  $\overline{BC}$  y  $\overline{AD}$ . Se ubican los puntos M, N y R puntos medios de  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$  y  $\overline{DA}$  respectivamente.  $\overline{MR}$  intersecta a  $\overline{AN}$  y  $\overline{BN}$  en P y Q respectivamente. Si área  $(BMQ) = S_1$  y área  $(APR) = S_2$ . Halle el área de la región PQN.

A)  $\frac{S_1 + S_2}{2}$       B)  $\sqrt{S_1 S_2}$   
C)  $S_1 + S_2$   
D)  $\frac{S_1 + S_2}{3}$       E)  $\frac{S_1 + S_2}{4}$

67. Se tienen dos circunferencias tangentes exteriores de centros P y Q y radio R. Se traza una recta que intersecta a la primera en los puntos A y B y a la segunda en los puntos C y D de modo que  $AB = BC = CD$ . Calcule el área de la región cuadrangular APQD en términos de R.

A)  $\frac{\sqrt{3}}{4} R^2$       B)  $\frac{R^2}{4}$       C)  $\frac{5\sqrt{3}}{4} R^2$   
D)  $\frac{\sqrt{3}}{2} R^2$       E)  $R^2$

68. En un cuadrilátero convexo ABCD,  $m\angle ACB = 45$ ,  $m\angle BAC = m\angle ADC = 90$ . Si  $AD = m$ . Calcule el área de la región triangular ABD.

A)  $\frac{m^2}{8}$       B)  $\frac{m^2\sqrt{2}}{5}$       C)  $\frac{m^2\sqrt{3}}{4}$   
D)  $\frac{m^2}{8}$       E)  $\frac{2m^2}{3}$

69. En un rectángulo ABCD,  $BC = 2AB$ . Si N es punto medio de  $\overline{BC}$ .  $\overline{AN} \cap \overline{BD} = \{M\}$  y  $MN = \sqrt{2}$ , entonces el área de la región triangular MNC (en  $u^2$ ) es:

A) 1      B)  $\sqrt{2}$       C) 1,5  
D)  $\sqrt{3}$       E) 1,8

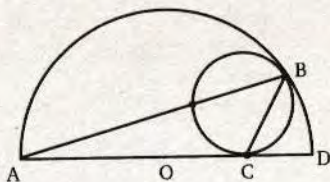
70. En un triángulo ABC,  $AB = c$ ,  $BC = a$  y  $AC = b$ . Si R es el radio de la circunferencia circunscrita al triángulo y r el radio de la circunferencia inscrita, entonces R.r es:

A)  $\frac{a \cdot b \cdot c}{a + b + c}$   
B)  $\frac{abc}{2(a + b + c)}$   
C)  $\frac{2abc}{a + b + c}$   
D)  $\frac{2a + b + 2c}{2abc}$   
E)  $\frac{a + 2b + c}{abc}$

71. En el interior de un triángulo equilátero ABC se ubica un punto Q. Si:  $AQ=5u$ ,  $BQ=7u$  y  $QC=8u$ . Halle el área de la región ABC (en  $u^2$ ).

- A)  $\frac{129\sqrt{3}}{4}$     B)  $32\sqrt{3}$     C)  $64\sqrt{3}$   
D)  $\frac{128}{3}\sqrt{3}$     E)  $48\sqrt{3}$

72. En la figura B y C son puntos de tangencia:  $AB=a$ ,  $BC=b$ . Calcule el área de la región triangular ABC.

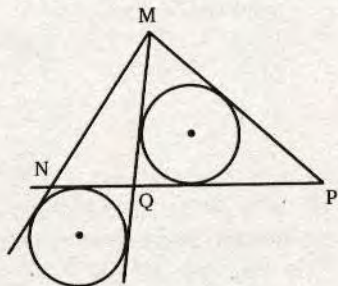


- A)  $\frac{ab\sqrt{2}}{4}$     B)  $\frac{ab\sqrt{3}}{4}$     C)  $\frac{ab\sqrt{2}}{2}$   
D)  $\frac{ab\sqrt{3}}{3}$     E)  $\frac{2ab\sqrt{3}}{3}$

73. En un triángulo equilátero ABC desde un punto interior Q se trazan  $\overline{QM} \perp \overline{AB}$ ,  $\overline{QN} \perp \overline{BC}$  y  $\overline{QF} \perp \overline{AC}$  ( $M \in AB$ ,  $N \in BC$  y  $F \in AC$ ). Si  $AM+BN+CF=6u$ . Calcule el área de la región limitada por el triángulo ABC (en  $u^2$ ).

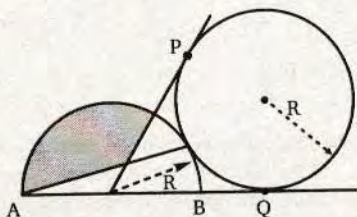
- A)  $4\sqrt{3}$     B) 8    C)  $8\sqrt{3}$   
D) 18    E) 16

74. En la siguiente figura  $MN=MP=\frac{3}{4}NP$ : si las circunferencias son congruentes, y sus radios miden  $r$  entonces la altura relativa al lado NP mide:



- A)  $2r$     B)  $3r$     C)  $4r$   
D)  $4.5r$     E)  $5r$

75. Según el gráfico, calcular el área de la región sombreada para  $R = 2\sqrt{6}$  cm. (L, P y Q son puntos de tangencia).



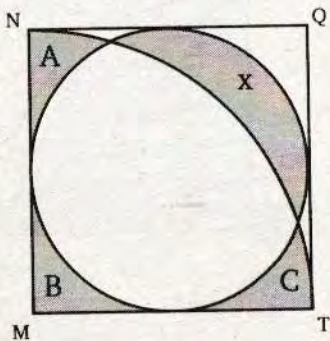
- A)  $(8\pi + 4\sqrt{3} - 9)\text{cm}^2$   
B)  $(6\pi - 9\sqrt{3} + 8)\text{cm}^2$   
C)  $(12\pi - 9\sqrt{3})\text{cm}^2$   
D)  $(4\pi + 9\sqrt{3})\text{cm}^2$   
E)  $(8\pi + 3\sqrt{3} - 9)\text{cm}^2$

76. En un triángulo rectángulo ABC recto en B cuya altura es  $\overline{BH}$ ,  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  son los incentros de los triángulos ABC, AHB y BHC respectivamente. Calcular el área de la región cuadrangular  $I_1BI_2I_3$ , si el área del círculo inscrito en el triángulo ABC es S.
- A)  $\frac{S}{2}$       B)  $\frac{S}{\pi}$       C)  $\pi S$   
D)  $\frac{S}{3\pi}$       E)  $\frac{S}{2\pi}$
77. Se tiene una semicircunferencia de diámetro AB y centro "O", en la cual en el  $\widehat{AB}$  se ubica el punto "C" de modo que el arco  $\widehat{OB}$  de la semicircunferencia de diámetro OB interseca a CB en "M" ( $CA = 2MB$ ). Calcular la razón de áreas de la región triangular mixtilínea CBM y el segmento circular correspondiente a la cuerda AC.
- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{2}{3}$   
D)  $\frac{3}{4}$       E) 1
78. En un segmento  $\overline{AC}$  se ubica el punto P y hacia un mismo semiplano determinado por AC se trazan las semicircunferencias de diámetros  $\overline{AP}$  y  $\overline{PC}$ , luego se traza la tangente común exterior  $\overline{MN}$  (M y N son puntos de tangencia con los arcos AP y PC respectivamente). Si la prolongación de  $\overline{AM}$  y  $\overline{CN}$  se intersecan en B, calcular la razón de las áreas de las regiones triangulares MBN y ABC, si la razón de la distancia de B a  $\overline{MN}$  y la longitud de  $\overline{AC}$  es de 1 a 9.
- A) 3      B)  $\frac{1}{81}$       C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
D)  $\frac{1}{3}$       E)  $\frac{1}{9}$
79. En un triángulo ABC cuyo incentro y excentro relativo a  $\overline{BC}$  son I y E respectivamente, se traza con diámetro  $\overline{AC}$  una semicircunferencia. Si la prolongación de la perpendicular  $\overline{IH}$  a  $\overline{AC}$  (H en  $\overline{AC}$ ) interseca a dicha semicircunferencia en P, además desde la proyección Q de E sobre  $\overline{AC}$  se traza tangente  $\overline{QT}$  a dicha semicircunferencia (T punto de tangencia). Calcular el área de la región triangular ABC, siendo  $PH=3\text{cm}$  y  $QT=4\text{cm}$ .
- A)  $5\text{cm}^2$       B)  $8\text{cm}^2$       C)  $10\text{cm}^2$   
D)  $12\text{cm}^2$       E)  $9\text{cm}^2$
80. En un cuadrante AOB (O: centro), se traza interiormente la circunferencia cuyo radio mide "r", tangente en M al arco AB y en N a  $\overline{OB}$  respectivamente, así mismo dicha circunferencia interseca a  $\overline{AM}$  y  $\overline{OM}$  en F y T respectivamente. Luego la prolongación de  $\overline{NT}$  interseca a  $\overline{OA}$  en Q,  $AF=2(FM)$ . Calcular el área de la región cuadrangular QFMN.
- A)  $\frac{3r^2}{2}\sqrt{3}$       B)  $3r^2\sqrt{3}$   
C)  $2r^2\sqrt{3}$   
D)  $r^2\sqrt{3}$       E)  $4r^2\sqrt{3}$

81. Una circunferencia inscrita en el cuadrado ABCD es tangente a los lados  $\overline{AB}$  y  $\overline{AD}$  en los puntos M y N respectivamente, BN y CM intersectan a la circunferencia en los puntos E y F respectivamente. Si  $AB=L$ , entonces el área del segmento circular EF es:

A)  $\frac{L^2(\pi-1)}{2}$       B)  $\frac{L^2(\pi-2)}{10}$   
 C)  $\frac{L^2(\pi-3)}{14}$   
 D)  $\frac{L^2(\pi-2)}{16}$       E)  $\frac{L^2(\pi-1)}{20}$

82. En la siguiente figura MNQT es un cuadrado. Halle el área de la región representado por x.

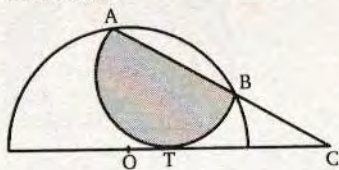


A)  $A+B+C$       B)  $A+B-C$   
 C)  $\frac{A+B+C}{2}$   
 D)  $\frac{A+B-C}{2}$       E)  $\frac{A-B+C}{2}$

83. En un paralelogramo ABCD, se ubican los puntos E y F sobre los lados  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  de modo que:  $EB=2AE$ ,  $BF=2FC$ .  $\overline{CE} \cap \overline{DF} = \{P\}$ , si el área de la región ABCD es K, halle el área de la región FPC.

A)  $\frac{k}{18}$       B)  $\frac{k}{33}$       C)  $\frac{k}{34}$   
 D)  $\frac{k}{40}$       E)  $\frac{k}{41}$

84. En la figura AB es diámetro, O es centro de la semicircunferencia  $\mathcal{C}$ , T es punto de tangencia y  $OT=2u$ ,  $TC=32u$ . Calcule el área de la región sombreada.



A)  $16\pi$       B)  $24\pi$       C)  $32\pi$   
 D)  $36\pi$       E)  $20\pi$

85. Dos circunferencias son tangentes exteriormente en T, se traza la tangente común exterior AB, por O centro de una de las circunferencias se traza la recta  $L \parallel AB$ , BT intersecta a L en C un punto del interior de la circunferencia de centro O, si  $CT = TB = 4u$ ,  $CA = 8u$ , entonces el área del segmento AT.

En  $u^2$  es:

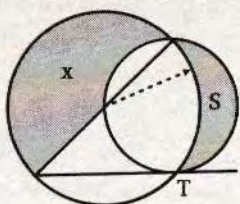
A)  $2[3\pi - \sqrt{3}]$       B)  $2(\pi - 1)$   
 C)  $\pi - 1$   
 D)  $4(2\pi - 3\sqrt{3})$       E)  $\pi + 2$

86. Se tiene el pentágono regular ABCDE,  $AB = L$  con centros en D y E se trazan los arcos CE y AD que se intersectan en F. Si el área de la región no convexa AFCDEA es:  $\frac{a}{b}\pi L^2 + \frac{c}{a}L^2$ .

$$\text{Halle: } \sqrt{a+b-c^2}$$

- A) 4      B) 3      C) 2  
D) 1      E) 5

87. En el gráfico adjunto calcular "x" en función a S, si T es punto de tangencia.



- A)  $3S$       B)  $S(2\pi - 3)$   
C)  $\frac{S}{4}(3\pi + 2)$   
D)  $\frac{S}{2}(\pi + 3)$       E)  $2S(\pi + 2)$

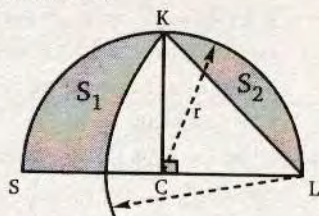
88. En una región triangular ABC de bari-centro G se traza la altura  $\overline{AH}$ . Siendo "T" el incentro del triángulo AHC (I pertenece a  $\overline{GM}$ , M es punto medio de  $\overline{AC}$ ). Calcular el área de la región triangular ABC, siendo:

$$IC = 2\sqrt{2} \text{ cm y la } m\angle AIM = 90^\circ.$$

- A)  $3\sqrt{5} \text{ cm}^2$     B)  $2\sqrt{5} \text{ cm}^2$     C)  $\sqrt{5} \text{ cm}^2$   
D)  $5\sqrt{5} \text{ cm}^2$       E)  $6 \text{ cm}^2$

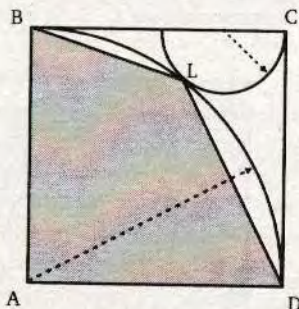
89. Según la figura  $S_1 + S_2 = 16\pi \text{ cm}^2$ .

Calcular "r".



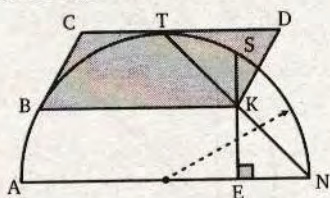
- A) 8 cm      B) 4 cm      C)  $4\sqrt{2} \text{ cm}$   
D)  $2\sqrt{2} \text{ cm}$       E)  $\sqrt{2} \text{ cm}$

90. Según la figura el área de la región cuadrada ABCD es  $16 \text{ cm}^2$ . Calcular el área de la región cuadrangular ABLD. (L es punto de tangencia).



- A)  $13,2 \text{ cm}^2$   
B)  $11,2 \text{ cm}^2$   
C)  $12,1 \text{ cm}^2$   
D)  $14,2 \text{ cm}^2$   
E)  $11,4 \text{ cm}^2$

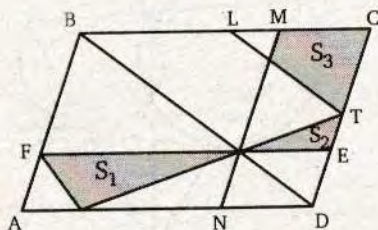
91. Según la figura "T" es punto de tangencia,  $SK = KE = 2\text{ cm}$  y  $\overline{CD} \parallel \overline{NA}$ . Calcular el área de la región paralelográfica BCDK.



- A)  $2(3 + \sqrt{21})\text{ cm}^2$   
 B)  $4(4 + \sqrt{21})\text{ cm}^2$   
 C)  $3(3 + \sqrt{21})\text{ cm}^2$   
 D)  $2(2 + \sqrt{21})\text{ cm}^2$   
 E)  $\frac{3}{2}(3 + \sqrt{21})\text{ cm}^2$

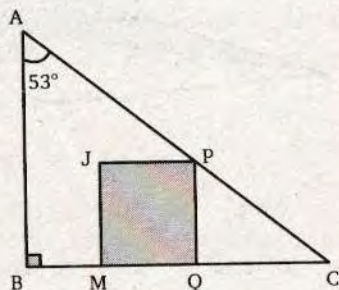
92. Según la figura ABCD es un romboide,  $MN \parallel AB$ ,  $FE \parallel AD$ ,  $LT \parallel BD$  y  $BL = 3LM$ .

Calcular:  $\frac{S_3 + S_2}{S_1}$



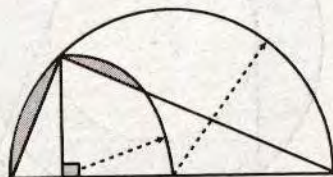
- A)  $\frac{5}{4}$       B)  $\frac{6}{5}$       C)  $\frac{4}{3}$   
 D)  $\frac{5}{3}$       E)  $\frac{7}{4}$

93. En el gráfico, J: Punto de Jerabek del  $\triangle ABC$ , el área de la región cuadrada JPQM es  $225\text{ cm}^2$ , calcular el área de la región triangular AQC.



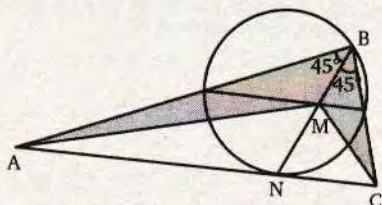
- A)  $\frac{1005}{4}\text{ cm}^2$       B)  $\frac{705}{2}\text{ cm}^2$   
 C)  $\frac{703}{4}\text{ cm}^2$   
 D)  $\frac{604}{3}\text{ cm}^2$       E)  $\frac{287}{2}\text{ cm}^2$

94. Según la figura, calcular la razón de área de las regiones sombreadas.



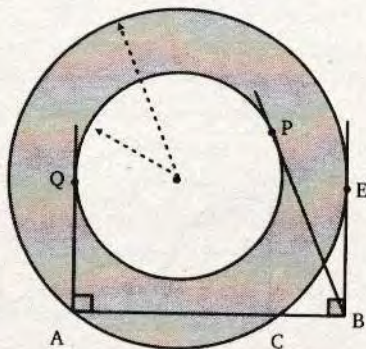
- A)  $\frac{1}{3}$       B)  $\frac{1}{4}$       C)  $\frac{1}{2}$   
 D)  $\frac{1}{5}$       E)  $\frac{2}{5}$

95. Calcular el área de la región sombreada, si  $BM = 2u$  y  $MN = 3u$ .  
(N: punto de tangencia).



- A)  $7,5u^2$     B)  $10,0u^2$     C)  $12,0u^2$   
D)  $12,5u^2$     E)  $15,0u^2$

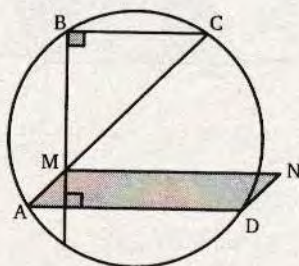
96. Según la figura el área de la región sombreada es  $\pi a^2$ . Calcular  $BP$ , siendo E, P y Q puntos de tangencia.  
( $AC = 2BC$ ).



- A)  $a\sqrt{6}$     B)  $a\sqrt{5}$     C)  $a\sqrt{3}$   
D)  $a\sqrt{2}$     E)  $a$

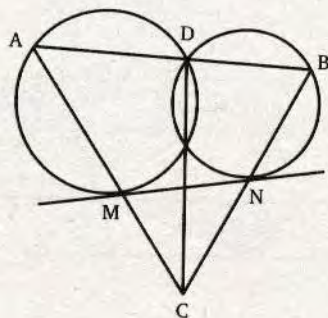
97. Según la figura, calcular el área de la región paralelográfica sombreada, si  $m\angle MND = 45^\circ$ , además:

$$AB \cdot MD + 16 = AM^2 + BE^2$$



- A) 16    B) 8    C) 4  
D) 32    E) 12

98. Según el gráfico, calcular la razón de áreas de las regiones triangulares ACD y DCB, siendo  $\frac{CM}{CN} = K$  (M y N son puntos de tangencia).



- A) K    B)  $\sqrt{K}$     C)  $K^2$   
D)  $\frac{1}{K^2}$     E)  $\frac{1}{K}$

99. Se tiene dos circunferencias tangentes exteriores de centros  $O_1$  y  $O_2$ , además de radios  $R$  y  $r$  respectivamente. Se traza la tangente común exterior  $\overline{AB}$  ( $A$  y  $B$  son puntos de tangencia de dicha recta con las circunferencias de centros  $O_1$  y  $O_2$  respectivamente). Además  $\overline{O_1B}$  y  $\overline{O_2A}$  se intersecan en  $P$ . Calcular la razón entre las distancias de  $P$  a  $\overline{AB}$  y de  $P$  a  $\overline{O_1O_2}$ .

A)  $\frac{R}{r}$       B)  $\frac{r}{R}$       C)  $\frac{(R+r)^2}{4Rr}$   
D)  $\frac{R+r}{2\sqrt{Rr}}$       E)  $\frac{R-r}{2\sqrt{Rr}}$

100. Dos circunferencias contienen al vértice de un ángulo y a un punto  $P$  que pertenece a su bisectriz, dichas circunferencias intersectan a un lado del ángulo en los puntos  $A$  y  $B$  y al otro en  $M$  y  $L$  respectivamente. Calcular la razón de áreas de las regiones triangulares  $APB$  y  $PML$ .

A) 1      B)  $\frac{1}{2}$       C) 3  
D)  $\frac{2}{3}$       E)  $\frac{3}{4}$

**CLAVES**

|    |   |
|----|---|
| 1  | B |
| 2  | D |
| 3  | D |
| 4  | C |
| 5  | D |
| 6  | A |
| 7  | E |
| 8  | C |
| 9  | B |
| 10 | E |
| 11 | B |
| 12 | A |
| 13 | A |
| 14 | D |
| 15 | C |
| 16 | A |
| 17 | B |
| 18 | E |
| 19 | E |
| 20 | B |
| 21 | A |
| 22 | C |
| 23 | B |
| 24 | D |
| 25 | C |

|    |   |
|----|---|
| 26 | B |
| 27 | E |
| 28 | D |
| 29 | C |
| 30 | D |
| 31 | B |
| 32 | B |
| 33 | C |
| 34 | B |
| 35 | C |
| 36 | C |
| 37 | C |
| 38 | C |
| 39 | D |
| 40 | A |
| 41 | C |
| 42 | A |
| 43 | E |
| 44 | B |
| 45 | C |
| 46 | C |
| 47 | B |
| 48 | E |
| 49 | C |
| 50 | C |

|    |   |
|----|---|
| 51 | B |
| 52 | A |
| 53 | D |
| 54 | E |
| 55 | B |
| 56 | C |
| 57 | C |
| 58 | B |
| 59 | C |
| 60 | C |
| 61 | D |
| 62 | E |
| 63 | D |
| 64 | A |
| 65 | B |
| 66 | C |
| 67 | C |
| 68 | D |
| 69 | C |
| 70 | B |
| 71 | A |
| 72 | A |
| 73 | A |
| 74 | B |
| 75 | E |

|     |   |
|-----|---|
| 76  | B |
| 77  | D |
| 78  | E |
| 79  | D |
| 80  | A |
| 81  | D |
| 82  | A |
| 83  | B |
| 84  | C |
| 85  | D |
| 86  | A |
| 87  | C |
| 88  | E |
| 89  | A |
| 90  | B |
| 91  | C |
| 92  | A |
| 93  | B |
| 94  | C |
| 95  | C |
| 96  | D |
| 97  | B |
| 98  | D |
| 99  | D |
| 100 | A |

# EXÁMENES DE ADMISIÓN UNVI

UNI - 2007 - II

**PROBLEMA 01:** En el triángulo ABC, recto en B,  $\overline{BD}$  es bisectriz interior. Si sabemos que  $\overline{BC} = 6$  y  $\overline{AB} = 4$ , entonces la longitud  $\overline{BD}$  es:

A)  $2\sqrt{2}$

B)  $\frac{12}{5}\sqrt{2}$

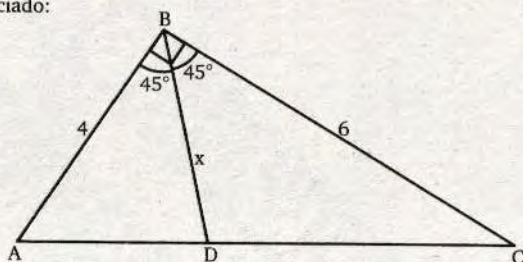
C)  $3\sqrt{2}$

D)  $\frac{15}{4}\sqrt{2}$

E)  $4\sqrt{2}$

**Resolución:**

Del enunciado:



Por Pitágoras en el triángulo ABC:

$$\overline{AC}^2 = 4^2 + 6^2$$

$$AC = 2\sqrt{13} \quad \dots(1)$$

Por el teorema de la bisectriz interior:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{DC}}$$

$$\frac{4}{\overline{AD}} = \frac{6}{\overline{AC} - \overline{AD}}$$

De (1):

$$\frac{4}{\overline{AD}} = \frac{6}{2\sqrt{13} - \overline{AD}}$$

$$\Rightarrow \overline{AD} = \frac{4}{5}\sqrt{13} \quad \dots(2)$$

Del gráfico se observa que:

$$\overline{AC} = \overline{AD} + \overline{DC}$$

$$\Rightarrow \overline{DC} = \overline{AC} - \overline{AD}$$

$$\text{De (1) y (2):} \quad = 2\sqrt{13} - \frac{4}{5}\sqrt{3} = \frac{6}{5}\sqrt{13} \quad \dots(3)$$

Luego, por relaciones métricas (bisectriz interior)

$$x^2 = (\overline{AB})(\overline{BC}) - (\overline{AD})(\overline{DC})$$

$$\text{De (2) y (3):} \quad x^2 = (4)(6) - \left(\frac{4}{5}\sqrt{3}\right)\left(\frac{6}{5}\sqrt{13}\right) = \frac{288}{25}$$

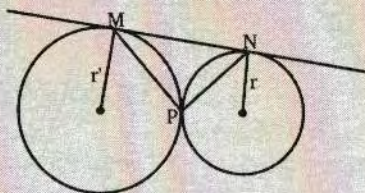
$$\Rightarrow x = \frac{12\sqrt{2}}{5}$$

**Rpta.: B**

**PROBLEMA 02:**

En la figura mostrada: M, N y P son puntos de tangencia; O y O' centros de las circunferencias.

Si  $PM = 2PN$ , calcule  $\frac{r'}{r}$ .



A) 2

B) 3

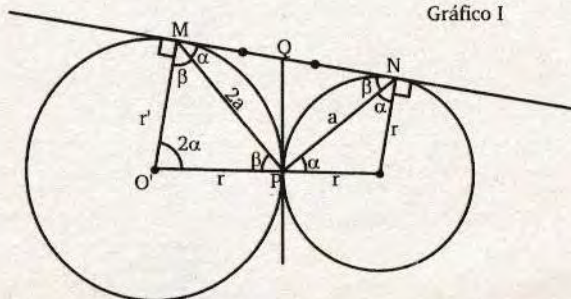
C) 4

D) 5

E) 6

**Resolución:**

Del enunciado:



En el triángulo  $MO'P$ :

$$2\alpha + 2\beta = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$$

En el trapecio  $MNOO'$ :

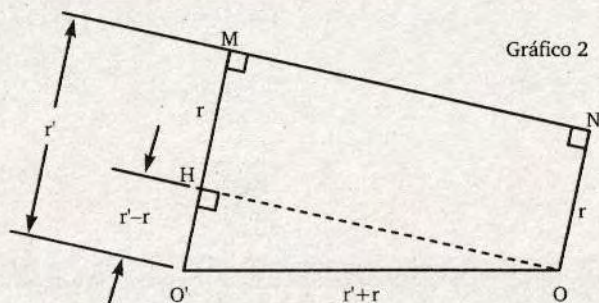


Gráfico 2

Por Pitágoras en el triángulo rectángulo  $O'HO$

$$(r'+r)^2 = (r'-r)^2 + \overline{MN}^2$$

$$\Rightarrow \overline{MN} = 2\sqrt{r'r} \quad \dots(1)$$

En el gráfico 1:

$$2\overline{MQ} = 2\overline{QP} = \overline{MN}$$

De (1):

$$\Rightarrow \overline{MQ} = \overline{QP} = \frac{\overline{MN}}{2} = \sqrt{r'r} \quad \dots(2)$$

Por semejanza de triángulos:

$$\triangle MQP \sim \triangle NOP$$

$$\frac{\overline{MQ}}{\overline{MP}} = \frac{\overline{NO}}{\overline{NP}}$$

De (1) y (2):

$$\frac{\sqrt{r'r}}{2a} = \frac{r}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{r'}{r} = 4$$

**Rpta.: C**

**PROBLEMA 03:** En un triángulo ABC se trazan las cevianas  $\overline{BP}$  y  $\overline{BQ}$  tal que  $AP=PQ=QC$ . Sobre los lados  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  se ubican los puntos F y G respectivamente tal que  $AF=2FB$  y  $BG=2GC$ . Halle el área de la región triangular determinada por  $\overline{FG}$ ,  $\overline{BP}$  y  $\overline{BQ}$  si el área ( $\Delta ABC$ ) es  $45 \text{ cm}^2$ .

A) 1

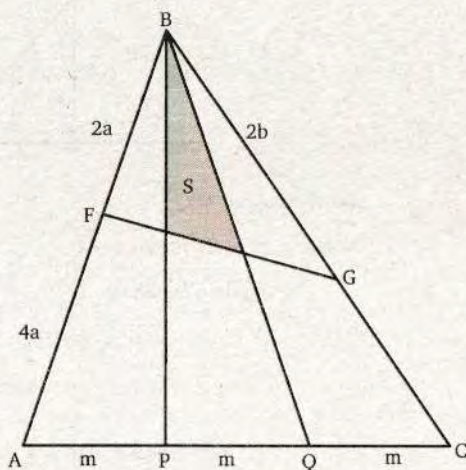
B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

**Resolución:**



Dato :

$$S_{\Delta BCA} = 45 \text{ cm}^2$$

Del gráfico:

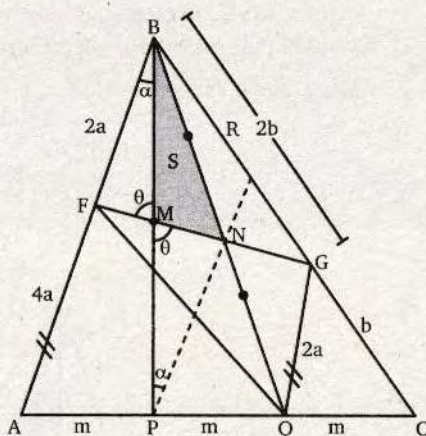
$$\bullet \left. \begin{aligned} \frac{\overline{AB}}{\overline{AF}} &= \frac{6a}{4a} = \frac{3}{2} \\ \frac{\overline{AC}}{\overline{AQ}} &= \frac{3m}{2m} = \frac{3}{2} \end{aligned} \right\} \frac{\overline{AB}}{\overline{AF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AQ}}$$

$$\Rightarrow \overline{BC} // \overline{FG} \quad \dots(I)$$

$$\bullet \left. \begin{aligned} \frac{\overline{CB}}{\overline{CG}} &= \frac{3b}{b} = 3 \\ \frac{\overline{CA}}{\overline{CQ}} &= \frac{3m}{m} = 3 \end{aligned} \right\} \frac{\overline{CB}}{\overline{CG}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{CQ}}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} // \overline{GQ} \quad \dots(II)$$

De las conclusiones (I) y (II) se deduce que BGQF es un paralelogramo.



En el triángulo ABQ:

Como: N es punto medio de  $\overline{BQ}$

P es punto medio de  $\overline{AQ}$

$$\Rightarrow \overline{PN} // \overline{AB} // \overline{PR}$$

$$\text{De (1):} \quad \overline{\text{BR}} = \overline{\text{RG}} = \frac{\overline{\text{BG}}}{2} = \frac{2b}{2}$$

$$\Rightarrow \overline{BR} = \overline{RG} = b$$

En el triángulo BQG; el segmento  $\overline{NR}$  es base media, entonces:

$$\overline{NR} = \frac{\overline{QC}}{2} = \frac{2a}{2}$$

$$\Rightarrow \overline{NR} = a \quad \dots(2)$$

En el triángulo PRC, el segmento  $\overline{QG}$  es base media, entonces:

$$\overline{PR} = 2\overline{QC} = 2(2a) \Rightarrow \overline{PR} = 4a \quad \dots(3)$$

Por semejanza de triángulos:

$$\Delta \text{FBM} \sim \Delta \text{NPM}$$

$$\Rightarrow \frac{\overline{FB}}{\overline{FM}} = \frac{\overline{PN}}{\overline{MN}}$$

$$\frac{\overline{FB}}{\overline{FM}} = \frac{\overline{PR} - \overline{NR}}{\overline{MN}}$$

De (2) y (3):

$$\frac{2a}{FM} = \frac{4a - a}{MN}$$

$$\Rightarrow \frac{MN}{FM} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{MN}{FM + MN} = \frac{3}{2+3} : (\text{propiedad})$$

$$\frac{MN}{FM + MN} = \frac{3}{5} \quad \dots(4)$$

Luego:

$$\frac{S_{\Delta FBG}}{S_{\Delta BCA}} = \frac{(2a)(2b)}{(6a)(3b)}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta FBG} = \frac{2}{9} S_{\Delta BCA}$$

De dato:

$$S_{\Delta FBG} = \frac{2}{9} (45 \text{ cm}^2)$$

$$= 10 \text{ cm}^2 \quad \dots(5)$$

Del gráfico se observa que:

$$\overline{FN} = \overline{NG} \quad \dots(6)$$

En el triángulo FBG:

$$\frac{S_{\Delta FBG}}{FG} = \frac{S}{MN}$$

De (6):

$$\frac{S_{\Delta FBG}}{2FN} = \frac{S}{MN}$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} \left( \frac{MN}{FN} \right) S_{\Delta FBG}$$

De (4) y (5):

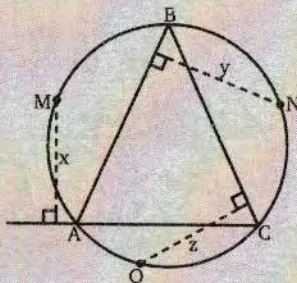
$$S = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{5} \right) 10 \text{ cm}^2$$

$$S = 3 \text{ cm}^2$$

**Rpta.: C**

**PROBLEMA 04:** En la figura, ABC es un triángulo, su circunradio mide  $R=6$  m y su inradio  $=2$  m. Calcule  $x+y+z$  en metros, si:

$$m\widehat{AM} = m\widehat{MB} ; m\widehat{BN} = m\widehat{NC} \text{ y } m\widehat{AQ} = m\widehat{QC}$$



A) 12

B) 14

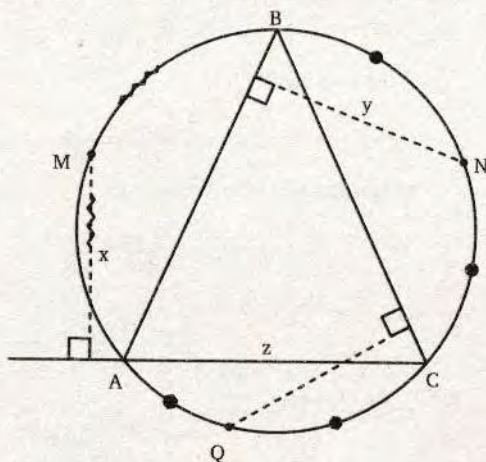
C) 16

D) 18

E) 20

**Resolución:**

Graficando la proyección frontal:



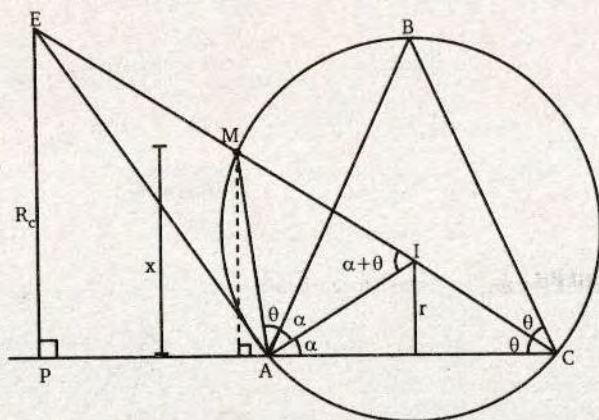
Datos:

$$R = 6 \text{ m} ; r = 2 \text{ m}$$

Teorema de Steiner:

$$R_A + R_B + R_C = 4R + r \quad \dots (*)$$

Analizando para el lazo izquierdo ( $\widehat{BA}$ )



Del gráfico :  $\overline{MI} = \overline{MA}$  ... (1)

Por teoria:

$\overline{EA}$  es bisectriz de  $\widehat{PAB}$

$\overline{IA}$  es bisectriz de  $\widehat{BAC}$

$$\Rightarrow \angle EAI = 90^\circ$$

Por lo tanto de (1):  $\overline{MA} = \overline{MI} = \overline{EM}$  ... (2)

Tomando en cuenta (2) se deduce:

$$x = \frac{R_C + r}{2} \quad \dots (3)$$

Análogamente:  $y = \frac{R_A + r}{2} \quad \dots (4)$

$$z = \frac{R_B + r}{2} \quad \dots (5)$$

Calculando la suma de (3) , (4) y (5):

$$x + y + z = \frac{R_C + r}{2} + \frac{R_A + r}{2} + \frac{R_B + r}{2}$$

$$x + y + z = \frac{(R_C + R_A + R_B) + 3r}{2}$$

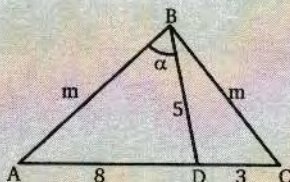
De (\*): 
$$x + y + z = \frac{(4R + r) + 3r}{2} = 2(R + r)$$

Datos: 
$$x + y + z = 2(6 + 2)$$

$$x + y + z = 16m$$

**Rpta.: C**

**PROBLEMA 05:** De la siguiente figura:



Determine el valor de  $J = m \cos^2(\alpha)$

A)  $\frac{1}{6}$

B)  $\frac{1}{7}$

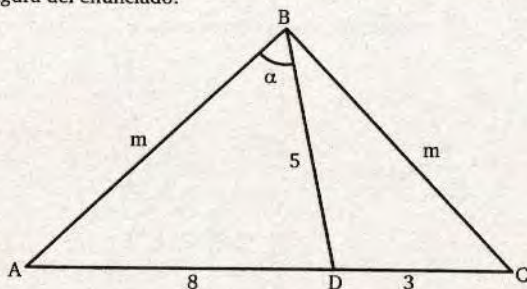
C)  $\frac{1}{9}$

D)  $\frac{1}{10}$

E)  $\frac{1}{12}$

**Resolución:**

En la figura del enunciado:



Por relaciones métricas:

$$(\overline{AB}^2)(\overline{DC}) + (\overline{BC}^2)(\overline{AD}) = (\overline{BD}^2)(\overline{AC}) + (\overline{AD})(\overline{DC})(\overline{AC})$$

$$(m^2)(8) + (m^2)(3) = (5^2)(11) + (8)(3)(11)$$

$$11m^2 = 539$$

$$\Rightarrow m^2 = 49$$

$$\Rightarrow m = 7$$

Por ley de cosenos en el triángulo ABD

$$\overline{AD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BD}^2 - 2(\overline{AB})(\overline{BD})\cos\alpha$$

$$8^2 = m^2 + 5^2 - 2(m)(5)\cos\alpha$$

De (1):  $64 = 7^2 + 25 - 2(7)(5)\cos\alpha$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{7} \quad \dots(2)$$

Finalmente calculamos la expresión:

$$J = m \cos^2(\alpha)$$

De (1) y (2):  $J = (7)\left(\frac{1}{7}\right)^2$

$$J = \frac{1}{7}$$

**Rpta.: B**

**PROBLEMA 06:** Se tiene el triángulo ABC inscrito en una circunferencia, las proyecciones de los lados  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  sobre el diámetro  $\overline{BF}$  miden 6m y 9m respectivamente. Calcule la altura en m relativa al lado  $\overline{AC}$ .

A)  $\sqrt{6}$

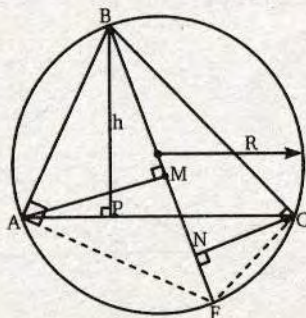
B)  $2\sqrt{6}$

C)  $3\sqrt{6}$

D)  $4\sqrt{6}$

E)  $5\sqrt{6}$

**Resolución:**



## BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 07

Del gráfico :  $\overline{BF} = 2R$  ... (1)

Por relaciones métricas en triángulos rectángulos:

En el triángulo ABF:  $\overline{AB}^2 = \overline{BM} \times \overline{BF}$

De (1):  $\overline{AB}^2 = 6 \times (2R)$  ... (2)

En el triángulo CBF:  $\overline{BC}^2 = \overline{BN} \times \overline{BF}$

De (1):  $\overline{BC}^2 = 9 \times (2R)$  ... (3)

Por el teorema del producto de los lados:

$$(h)(2R) = \overline{AB} \times \overline{BC}$$

$$4R^2 h^2 = \overline{AB}^2 \times \overline{BC}^2$$

De (2) y (3):  $4R^2 h^2 = (6)(2R) \times 9(2R)$

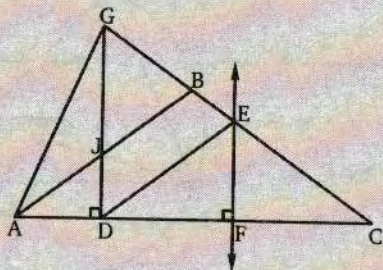
$$h^2 = 54$$

$$\Rightarrow h = 3\sqrt{6}$$

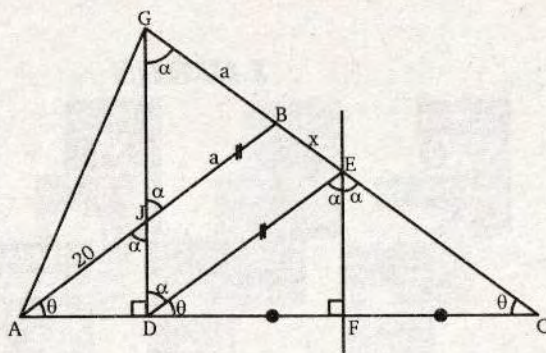
Rpta.: C

**PROBLEMA 07:** En la figura:  $\overline{EF}$  es la mediatriz de DC,  $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$  y  $AJ = 20$  cm.  
Calcule BE (en cm)

- A) 5
- B) 6
- C) 7
- D) 8
- E) 10



Resolución:



Entre:  $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$  y se asume que  $\overline{GB} = a$

El triángulo CBJ es isósceles:

$$\Rightarrow \overline{JB} = \overline{GB} = a$$

Ademas en el triángulo rectángulo GDC, como

$\overline{EF} \parallel \overline{GD}$  y F punto medio de DC,  $\overline{EF}$  es base media

$$\Rightarrow \overline{EC} = \overline{GE} = x + a$$

Luego el triángulo ABC es isósceles:

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC}$$

De (1) y del gráfico:

$$20 + a = x + (x + a)$$

$$\Rightarrow x = 10 ; (\text{cm})$$

**Rpta.: E**

**LIBROS****RESÚMENES TEÓRICOS****TEMAS SELECTOS**

*El que ama la instrucción  
ama la sabiduría. Prov. 12.1*

**PEDIDOS: 528 - 1921 / 423 - 8072**

Aritmética (15 folletos)  
 Álgebra (15 folletos)  
 Geometría (14 folletos)  
 Trigonometría (17 folletos)  
 Raz. Matemático (18 folletos)  
 Física (16 folletos)  
 Química (16 folletos)



- ✓ 140 páginas
- ✓ Marco teórico completo.
- ✓ 100 problemas resueltos
- ✓ 100 problemas propuestos con claves.
- Básico - Intermedio - Avanzado
- ✓ Exámenes de admisión resueltos.

| N° | TEMAS                                                                                                                   |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1  | Segmentos - Ángulos                                                                                                     |
| 2  | Triángulos (Propiedades, Clasificación y Congruencia)                                                                   |
| 3  | Cuadriláteros - Polígonos                                                                                               |
| 4  | Circunferencia (Propiedades, ángulos de la circunferencia, cuadriláteros inscrito e inscriptible, posiciones relativas) |
| 5  | Proporcionalidad y Semejanza de Triángulos                                                                              |
| 6  | Relaciones Métricas                                                                                                     |
| 7  | Áreas (Triangulares - Cuadrangulares y Circulares)                                                                      |
| 8  | Rectas y Planos - Diedros y Triedros                                                                                    |
| 9  | Poliedros y Poliedros Regulares                                                                                         |
| 10 | Prisma - Pirámide                                                                                                       |
| 11 | Cilindro - Cono                                                                                                         |
| 12 | Esfera - Teorema de Pappus                                                                                              |
| 13 | Polígonos Regulares - Simetría - Longitud de la Circunferencia                                                          |
| 14 | Conjuntos Convexos                                                                                                      |

**Teléfonos: 424 - 6350**

**992 - 796104**

 / **fondoeditorialrodo**

**editorialrodo@gmail.com**